23

情報認識論
(第2回 ゲーム理論の基礎)

九州大学大学院システム情報科学研究院
知能システム学部門
横尾 真
E-mail: yokoo@is.kyushu-u.ac.jp
http://lang.is.kyushu-u.ac.jp/~yokoo/

24

ゲーム理論は何の役に立つか?

- 様々な場面での意思決定に使える
  - 複数の選択肢から一つを選ぶ
  - 自分の選択だけではなく，他者 (偶然も含む) の選択が結果に影響する
- 自分の意思で行動する複数のプレイヤが存在する状況で，どのような結果が生じるかを予測することができる
- より良い社会的ルールの設計に使える

25

基本的な用語

プレイヤ：意思決定を行う個々の主体，複数存在，当面は二人のみとする

行動：プレイヤの選択，当面はプレイヤは一回だけ，同時に行動を選択するとする

利得：当面，プレイヤの行動の組合せに対して定義される数値とする．結果に対する各プレイヤの効用(うれしさ)を示す．大きいほうがより うれしい

26

2人ゲーム

- 前述のゲームは以下のような行列で記述できる (利得行列，payoff matrix)
- プレイヤは横の列 (row) もしくは縦の列 (column) に対応
- 各row/columnが行動
- 各セルが行動の組合せ
- 左下がrow側の利得，右上がcolumn側の利得

プレイヤII

プレイヤI		F	S
	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

27

例：新聞社の競争

- 2つのライバル新聞社が存在
- 選択として，経済 (Finance) ニュースをトップにするか，スポーツ (Sports) ニュースをトップにするかのどちらか
- 80%の人は経済ニュースがトップなら買い，20%の人はスポーツニュースがトップなら買う

II

I		F	S
	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

28

合理的なプレイヤ

- プレイヤは合理的 (rational) である
  - 自分の利得を最大化しようと最大限の努力をする
  - 人の利得には無関心
  - 相手をあまりいじめては気の毒とか，不公平なのがいやだとかは思わない
  - 利己的というより，そのような感情があるなら，それはすべて利得に表現されていると仮定

II

I		F	S
	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

仮定

- プレイヤは，自分の選べる行動の集合，相手の選べる行動の集合，それらの組合せにおける自分／相手の利得 (要は利得行列)を曖昧性なく知っている
- もちろん，相手がどの行動を選ぶかは知らない

		II	
		F	S
I	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

仮定 (続き)

- プレイヤは，お互いに相談することなく，同時に行動を選択する
  - 俺はこれを選ぶから，君はこうしてくれとか，これを選んでくれたら1万円あげるとかの相談はできない
  - 後出しもなし

		II	
		F	S
I	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

例：新聞社の競争

- 自分がプレイヤIだったらどうするか?
- もちろん，ベストな結果は自分がF，相手がSを選ぶことだが，相手の行動はコントロールできない
- 相手もバカではなく (逆に非常に賢くて)，自分の利益を最大化しようとしている

		II	
		F	S
I	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

支配戦略

戦略：行動の選び方

支配戦略：相手がどの行動を選ぼうが，他の戦略よりも得られる効用が高い (か少なくとも同じ) 戦略
- 明らかに合理的なプレイヤなら，支配戦略があればそれを選ぶ
- 相手も合理的かどうかは気にしなくても良い (どんな変わった相手でも，また，相手の利得が不明でも問題ない)

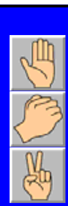
		II	
		F	S
I	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

支配戦略均衡

各プレイヤが支配戦略を持つとき，その組合せを支配戦略均衡と呼ぶ
- 合理的プレイヤ同士が対戦した場合，もしゲームに支配戦略均衡があるなら，結果は支配戦略均衡になると予想できる

		II	
		F	S
I	F	4 4	2 8
	S	8 2	1 1

支配戦略



存在するとは限らない
- じゃんけん：明らかに支配戦略はない
- グーとパーしかできないじゃんけんを考えれば，パーが支配戦略

- 人間がプレイして面白いゲームには，普通は支配戦略はない (もしくは知られていない)
  - オークション等のメカニズムデザイン (制度設計) では，支配戦略が存在するようにルールを設計することが課題

35

ビスマルク海の戦い

- 1943年の南太平洋
- イマムラ海軍将はビスマルク海を経由してニューギニアに日本軍を輸送しようとしている
- 距離の短い北ルートか，長い南ルートを選ぶ
- ケニー海軍将は，ルートを予測し軍用機を送って爆撃したい
- 予測を間違えると爆撃可能な日数が短くなる

K \ I	N	S
N	-2 / 2	-2 / 2
S	-1 / 1	-3 / 3

36

ビスマルク海の戦い

- ゼロサムゲームの一種
  - 相手の得は自分の損
- ケニーにとっては支配戦略はない
- イマムラが北なら北を，南なら南を選ぶ方が良い
- ケニーはどうするべきか?

K \ I	N	S
N	-2 / 2	-2 / 2
S	-1 / 1	-3 / 3

37

反復支配戦略均衡

- 一方，イマムラにとっては，北を選ぶのが（弱）支配戦略
- イマムラが合理的なら，きっと北を選ぶ
- それなら，ケニーは北を選ぶべきである
- 支配される戦略を交互に取り除くことにより，反復支配戦略均衡が得られる
- 注意：相手が合理的でないと困る

K \ I	N	S
N	-2 / 2	-2 / 2
S	-1 / 1	-3 / 3

38

箱の中の豚

- （動物の）心理実験で用いられた例
- 大きい豚と小さい豚が箱に入っている
- 豚が少し離れたところにあるボタンを鼻で押すと，餌箱から餌が出てくる
- 小さい豚がボタンを押すと，大きい豚が餌をほとんど食べてしまう
- 大きい豚がボタンを押すと，小さい豚も半分近く食べられる
- 豚たちはどういう行動を学習するか?

39

箱の中の豚

- 利得行列は右のとおり
- 大きいほうが強いとも限らない
- 失うものがない奴は強い!

大きい豚 \ 小さい豚	押す	待つ
押す	1 / 5	4 / 4
待つ	-1 / 9	0 / 0

40

反復支配戦略均衡の問題点

- 同点を含む場合
  - (R1, C1)?
  - (R1, C3)?
- 削除の順番によって結果が異なる
- R2を先に除くとC3が，R3を先に除くとC1が残る

	C1	C2	C3
R1	12 / 2	10 / 1	12 / 1
R2	12 / 0	10 / 0	11 / 0
R3	12 / 0	10 / 0	13 / 0

41

Min-max戦略

- 支配戦略均衡，反復支配戦略均衡のどちらも存在しない場合にどうするか?
- 一つの考え方：最悪の結果を避ける
  - Min-max戦略：各行動に関して，相手の行動によって生じ得る最悪の場合を想定し，その最悪の場合がもっとも良い行動を選ぶ

42

Min-Max戦略

- 利得表は右の通り
- ゼロサムなのでプレイヤIの利得のみを記述
- プレイヤIはどれを選ぶ?

		II		
I	7	2	5	1
	2	2	3	4
	5	3	4	4
	5	2	1	6

43

鞍点 (saddle point)

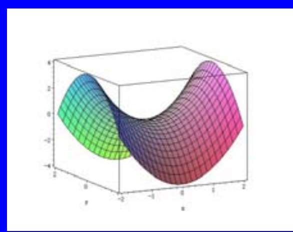
- プレイヤIIも同じように考えていたらどうなるか?
- IIは最大値を最小化する戦略を選択
- 右の交点は，横から見ると極小，縦から見ると極大の点となっている

		II		
I	7	2	5	1
	2	2	3	4
	5	3	4	4
	5	2	1	6

44

鞍点 (saddle point)

- ゼロサムゲームで鞍点があれば，合理的なプレイヤが対戦すれば結果は鞍点になると予想できる
- 一般には存在するとは限らない



45

鞍点が存在しない場合

- 直球が得意なバッター
- 直球に山を張って当たると8割打てる．外れると全然打てない
- 変化球に山を張って当たると3割打てる．外れても（直球なら）1割は打てる

		ピッチャー 直	ピッチャー 変
バッター	直	8	0
バッター	変	1	3

出典：ゲーム理論トレーニング，逢沢 明，かんき出版

46

Min-Maxを使うと?

- 弱気なバッター：全然打てないと困る，変化球に山を張ろう．外れても1割は打てる!
- 弱気なピッチャー：8割も打たれちゃかなわん．変化球にしとこう!
- 3割打てる!

		ピッチャー 直	ピッチャー 変
バッター	直	8	0
バッター	変	1	3

47

本当にこの結果が良いか?

- ピッチャーから見るとこの結果はばかげている
  - なんで山を張っているのが分かっているのに正直に変化球を投げる?
  - 直球を投げれば一割に抑えられる
- 一方，直球を投げられることが分かったら，バッターの方も黙って一割に抑えられることはない
  - 本来直球は得意!

	直	変
直	8	0
変	1	3

48

混合戦略

- ピッチャーは適当に直球と変化球を混ぜる
- バッターもどちらに山を張るかを場合によって変化させる
- このような戦略を混合戦略と呼ぶ
  - 一つの行動を選び続けるのを純粋戦略と呼ぶ

	直	変
直	8	0
変	1	3

49

混合戦略での鞍点

- ピッチャーが直球を投げるのが多いと思えば，バッターは直球に より多く山を張れば打率が上がる
- 一方，バッターが直球に山を張ることが多いと思えば，ピッチャーは変化球を増やす
- いったいどこに落ち着くか?

	直	変
直	8	0
変	1	3

50

混合戦略での鞍点（続き）

- バッターが直球を待つ確率をx，ピッチャーが直球を投げる確率をyとする．
- 打率：$xy*8 + x(1-y)*0$
  $+ (1-x)y*1 + (1-x)(1-y)*3$
  $= 10xy - 3x -2y +3$
- xに関して偏微分すると$10y – 3$
  - $y=0.3$，つまりピッチャーが3割直球を投げると，バッターがどんな割合で待っても打率は一定で 2割4分
- yに関して偏微分すると$10x – 2$
  - $x=0.2$，つまりバッターが2割直球を待つと，ピッチャーがどんな割合で投げても打率は一定で 2割4分
- これも一種の鞍点となっている

	直	変
直	8	0
変	1	3

51

本当に安定するか?

- 相手の混合戦略に対して適応していった場合