

ゲーム理論 (第9回 組合せオークション)

九州大学大学院システム情報科学研究院
情報学部門
横尾 真

E-mail: yokoo@inf.kyushu-u.ac.jp
<http://agent.inf.kyushu-u.ac.jp/~yokoo/>

講義予定

4/11: インタロダクション	6/6: アドバンスドトピック (I)
4/18: ゲーム理論の基礎 (I)	6/13: 休講
4/25: ゲーム理論の基礎 (II)	6/20: 組合せオークション
5/2: 金曜日の講義日	6/27: 両方向マッチング
5/9: ゲーム木探索 (I)	7/4: アドバンスドトピック (II)
5/16: ゲーム木探索 (II)	7/11: アドバンスドトピック (III)
5/23: オークションの基礎 (I)	7/18: 定期試験
5/30: オークションの基礎 (II)	

組合せ入札

- 複数種類の商品 (財) が同時に販売される
- 各商品は複数個存在する場合もある
- 財の価値の間に依存関係が存在
 - 補完的: パソコンとメモリ
 - 代替的: VAIOとThinkPad

組合せ入札の利点

- 財の価値に依存関係がある場合:
 - 個々の財の価値は単独では決められない
 - パソコンがなければメモリは無価値
 - VAIOが買えればThinkPadは要らない
 - 財がバラバラに売られていると、入札額を決めるのが困難
- 財の任意の組合せに対する入札を許すことにより、安心して入札ができる
 - 両方欲しい、どちらか片方だけ欲しいという入札が可能

組合せ入札の適用事例

- FCCの周波数帯域のオークション
- 空港での離発着権の割当て
- トラック配送の請負
- 調達
- ...

組合せオークションの研究課題

- 最適な入札の組合せを見つけるのは複雑な組合せ最適化問題
 - 勝者決定問題, Set packing問題の一種
 - NP完全
 - 人工知能の探索のテクニックの導入
- 入札の表現方法も問題---財の数を m として, 2^m 個のサブセット

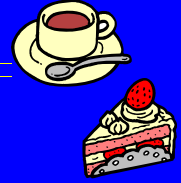
一般化Vickrey入札 (GVA)

- 各参加者は財のセットに関して評価値を申告.
- 申告された評価値に基づいて, 社会的余剰が最大化されるように財が割り当てられる.
- 参加者は迷惑料 (その参加者が入札に参加することによって生じる, 他の参加者の社会的余剰の減少分) を支払う.
- 誘因両立的で結果はパレート効率的

GVAの例

三人の入札者, 二種類の財のオークション

	coffee	cake	both
Bidder1	\$6	\$0	\$6
Bidder2	\$0	\$0	\$8
Bidder3	\$0	\$5	\$5

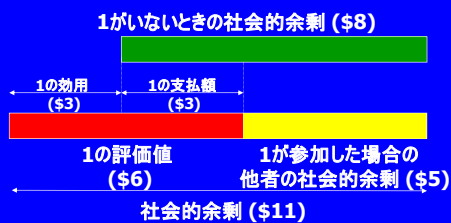


結果:

- 入札者1 がコーヒーを, 3 がケーキを落札.
- 入札者1の支払額は $8 - 5 = 3$
- 入札者3の支払額は $8 - 6 = 2$

GVAの誘因両立性

- 財の割当ては社会的余剰が最大化されるように行われる.
- 全体の幸せと個人の幸せが一致すれば良い (incentive compatibility).



演習: GVA paymentの計算

四人の入札者, 二種類の財のオークション

	coffee	cake	both
Bidder1	\$6	\$0	\$6
Bidder2	\$0	\$0	\$8
Bidder3	\$0	\$5	\$5
Bidder4	\$4	\$1	\$5

勝者と支払額は?:

演習: クラーク税

- GVAはクラークメカニズム, もしくはVickrey-Clarke-Grovesメカニズム, Clarke税と呼ばれる方法の一つのインスタンス
- より一般的な, グループ意思決定の場面で用いることができる
 - 例: この講義の補習 (全員参加!) を, 土曜の午後に実施するかどうか決める
 - 補習をしない場合を0として, 人によって効用は様々 (\$20, -\$10, ...)
 - 効用の和が正なら補習を実施し, 負ならしない
 - 正直に効用を申告させるにはどうしたら良いか?

解答

- 各参加者は, 自分の申告により結果が変わる場合, 結果を変えるのに必要な最少額を税金として支払う
 - 参加者1: \$20, 参加者2: -\$10, 参加者3: -\$20, 参加者4: \$30
 - 補習は実施, 支払額は以下:
 - 参加者1: \$0, 参加者2: \$0, 参加者3: \$0, 参加者4: \$10

クラーク税の注意点

- 集めた税は、参加者以外の誰かに渡す必要がある --- 参加者内で単純に再分配してはいけない
- 例：集めた税で打ち上げの飲み会をする
 - 他人に多く税金を払わせれば、結果／自分の税額が変わらなくても利益になる
- オークションの場合は主催者が引き取るので問題ない

クラーク税の再配分

- 主催者がいない場合にどうすればよい？
例：グループが車をシェアしている
- 週末に誰が車を使うか決めたい
- 各自が車を使うことの価値を申告し、Vickrey/second-price入札で勝者を決めれば、正直に効用を申告することが支配戦略
- 支配戦略均衡で最適な割当が実現される
- メンバ1: \$100, メンバ2: \$80, メンバ3: \$60, メンバ4: \$40だと、メンバ1が\$80支払って車を使う
- しかし、\$80を燃やすのはもったいない！

再配分方法

要求条件：正直に申告することが支配戦略、なるべくお金を残さない、お金が足りなくなるとはいけない

案1: 頭割り ($\$80/4 = \20 を配る)

- メンバ2に過大申告の誘因がある

案2: メンバ2を除いて頭割り

- メンバ2は過少申告して三番目になった方がよい

案3: メンバ2に、三番目の入札額/4, 残りのメンバに二番目の入札額/4を配る --- 足りなくなる

- ほとんど大丈夫だが、メンバ2が多少の赤字を出して勝ち、より大きな再配分を得たほうが良い場合がある

メンバ1: \$100, メンバ2: \$80, メンバ3: \$60, メンバ4: \$40 --- メンバ1が\$80支払って車を使う

再配分方法(正解)

- メンバ1, 2は、三番目の入札額/4 = $\$60/4 = \15 を、残りのメンバは二番目の入札額/4 = $\$80/4 = \20 を得る
- 再配分額 = $\$30 + \$40 = \$70$, \$10は余る
- 常に最適な割当を行い、お金を残さないことは不可能

メンバ1: \$100, メンバ2: \$80, メンバ3: \$60, メンバ4: \$40 --- メンバ1が\$80支払って車を使う

お金を残さないためには？

最適な割当を諦めれば可能

- くじ引きでランダムに一人を選ぶ
- 選ばれた人は車を使う権利は剥奪される
- 残りのメンバでVickrey/second-price
- 最大の評価値を申告したメンバが、二番目の評価値を支払って車を使う
- 支払額は、最初にくじ引きで選ばれた人が得る
- お金が残ることはないが、最大の評価値を持つ人がくじ引きで選ばれると最適な割当はできない

調達


- 買手は一人、売手は複数
- 安い価格を提示した売手が落札

問題点：一円入札


- 以降の調達で有利になるように、採算を度外視した入札を行う
- 関連する複数の調達（コピー機本体、消耗品、メンテナンス等）を組合せ入札で実行することにより改善可能

254

インターネットオークション



- 現在、多数のオークションサイトが存在。
- 利点
 - 誰でも世界中のオークションに参加できる。
 - エージェントが代行してくれる。
- 問題点
 - ネットワークの匿名性を利用した新しいタイプの不正行為の可能性 (架空名義入札)



255

架空名義入札 (Yokoo, et al. 2004)



- 一人の人が、複数の人になりすまして、複数の名義で入札をすること
- ネットワーク環境では検出することは事実上不可能

256

架空名義入札の効果がある (誘因両立性が成立しない) 例

入札者は二人

	coffee	cake	both
Bidder1	\$6	\$5	\$11
Bidder2	\$0	\$0	\$8

	coffee	cake	both
Bidder1	\$6	\$0	\$6
Bidder2	\$0	\$0	\$8
Bidder3	\$0	\$5	\$5

正直に申告した場合:

- 入札者1が両方の財を得る。
- 支払額: $\$8 - \$0 = \$8$

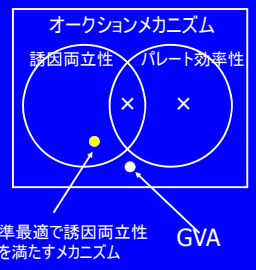
入札者1が入札者3という名義を使って入札を分割した場合:

- 入札者1が両方の財を得る。
- 支払額: $\$3 + \$2 = \$5$

257

主な研究成果

- GVAが架空名義入札に対して頑健でないことを発見
- 架空名義入札が可能な場合、誘因両立性、パレート効率性を同時に満たすメカニズムは存在しないことを証明 [More Detail](#)
- 架空名義入札が可能な場合でも顯示原理が成立することを証明 (よってパレート効率性を満たすメカニズムは存在しない)
- 誘因両立性を満たし、準最適なオークションメカニズムを考案 [More Detail](#)



258

不存在定理

- 架空名義入札が可能な場合、GVAだけでなく、どのようなオークション方式をもってしても、全ての場合において、誘因両立性とパレート効率性を同時に満たすものはない。

259

証明の方針

- どのようなメカニズムをもってしても、誘因両立性、パレート効率性を同時に満たすことが不可能な具体的な状況を示せばよい。
- 誘因両立性、パレート効率性を用いて支払額の上限を求めて、矛盾を導く。

[Return](#)

証明 (ステップ1)

二種類の財 (A と B), 入札は (A のみ, B のみ, 両方)

- bidder1: (a, 0, a)
- bidder2: (0, 0, a+b)
- bidder3: (0, a, a)
- $a > b$
- パレート効率性より bidder1 が A を, bidder3 が B を得る.
- 誘因両立性より, それぞれの支払額は $b + \epsilon$ (入札額を下げようとする誘因を与えないため).

証明 (ステップ2)

二人の入札者

- bidder1: (a, a, 2a)
- bidder2: (0, 0, a+b)
- パレート効率性より, bidder1が両方の財を得る.
- 誘因両立性より, 支払額は $2(b + \epsilon)$.
- bidder1 に架空名義を使おうとする誘因を与えないため

証明 (ステップ3)

- bidder1: (c, c, 2c)
- bidder2: (0, 0, a+b)
- $b + \epsilon < c, 2c < a + b$
- パレート効率性より bidder2が両方の財を得る.
- bidder1が真の評価値より over-bidして (a, a, 2a) を入札するとステップ2と同じ.
- bidder1は両方の財を得て, 支払額は $2(b + \epsilon) < 2c$

誘因両立性が満足されない

Return

架空名義入札に頑健なメカニズム (トリビアルな方法)

メカニズム: Vickreyオークションを用いて常にすべての財をセットで売る.

- 財が代替的な場合には無駄

状況に応じて財を分割して売るメカニズムを考える必要がある.



架空名義入札に頑健なメカニズム

基本的なアイデア: 価格ベースメカニズム

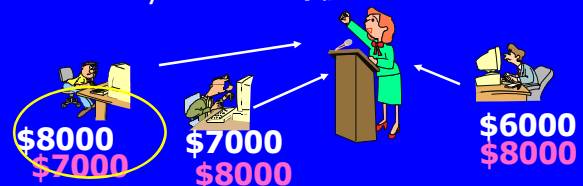
- 各参加者 i , 各財の組合せ B に対して, 価格を決める
 - この価格は i の申告とは無関係に決める (他の参加者の申告には依存)
- 参加者 i に, 上記の価格の元で, 効用を最大化する B^* を割り当てる --- 同じ財を欲しがる参加者が存在しないように, 適切に価格を設定する必要がある

性質:

- 価格ベースメカニズムは誘因両立的
- 逆に, 任意の誘因両立的なメカニズムは価格ベースメカニズムとして記述できる

価格ベースメカニズムの例

- 単一財のオークション:
- 参加者 x の価格: x 以外の入札者の最大の入札額
- Vickrey auction と等価



価格ベースの架空名義入札に 頑健なメカニズムの性質

- 任意の財の組合せ B_1, B_2 に関して,
($B_1 \cup B_2$) の価格 \leq B_1 の価格 + B_2 の価格
が成立すれば、架空名義を使う意味がない

架空名義入札に頑健なメカニズムの例

参加者 i の 財の組合せ B の価格: 任意の B' の他者の評
価値の最大値, ただし $B' \cap B$ が空でなく, B' が極小
(不要な財を含まない)

	coffee	cake	both
Bidder 1	\$6 \$8	\$0 \$8	\$6 \$8
Bidder 2	\$0 \$6	\$0 \$5	<u>\$8 \$6</u>
Bidder 3	\$0 \$8	\$5 \$8	\$5 \$8

$B_1 \cup B_2$ の価格
= $\max(B_1 \text{ の価格}, B_2 \text{ の価格})$
 $\leq B_1 \text{ の価格} + B_2 \text{ の価格}$