207

ゲーム理論
(第9回 組合せオークション I)

九州大学大学院システム情報科学研究院
情報学部門
横尾 真
E-mail: yokoo@inf.kyushu-u.ac.jp
http://agent.inf.kyushu-u.ac.jp/~yokoo/

208

講義予定

- 4/12: イントロダクション
- 4/19: ゲーム理論の基礎 (I)
- 4/26:ゲーム理論の基礎 (II)
- 5/10: アドバンスドトピック
- 5/17: ゲーム木探索 (I)
- 5/24: 休講
- 5/31: ゲーム木探索 (II)
- 6/7: オークションの基礎 (I)
- 6/14: オークションの基礎 (II)
- 6/21: 組合せオークション (I)
- 6/28: 休講
- 7/5: 組合せオークション (II)
- 7/12: マッチング理論
- 7/19: 試験

209

誘因両立性

直接顕示メカニズム: タイプ／評価値をダイレクトに聞く

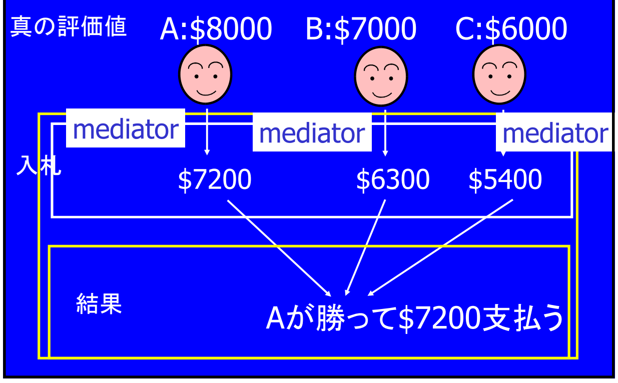
誘因両立性: 直接顕示メカニズムで，真のタイプ／評価値を申告することが支配戦略となる場合，この直接顕示メカニズムは誘因両立的であるという

顕示原理: ある性質 (例えばパレート効率性) が，ある (直接顕示メカニズムでない) メカニズムの支配戦略均衡で実現される場合，この性質は誘因両立的な直接顕示メカニズムでも実現できる

誘因両立的な直接顕示メカニズムだけを考慮の対象としても一般性は失われない

210

顕示原理



211

顕示原理の成立する例

- 英国型では支配戦略均衡が存在して，結果はパレート効率的
- 同じ結果をもたらす直接顕示メカニズムは?
  - proxy bidding: 入札額の最大値を入力，後はソフトウェアが自動的に入札
  - proxyに対して嘘をつく誘因はない
  - proxyもメカニズムの一部と思えば，この直接顕示メカニズムは誘因両立的で，結果はパレート効率的

212

直接顕示メカニズムの問題点

- 顕示原理があるのに，なぜ直接顕示メカニズムでない方が一般的?
- Vickrey入札の問題点と共通
  - 自分の評価値が分からない
    - 英国型なら段階的に考えれば良い
    - 勝者なら完全には分からなくても良い
  - 評価値＝原価を知られたくない

213

共通価値の場合

- 英国型とVickrey入札は異なる.
  - 英国型の方が多くの情報が得られる.
  - 得られた情報を使って自分の推定値を修正可能
- オランダ型と第一価格秘密入札は同じ

214

勝者の災い (winner's curse)

- 共通価値の場合，各参加者は，財の真の価値 (全員で共通) は分からない.
- 各参加者は異なる推定値を持っている.
- 特別に良い情報を持っていない限り，勝者＝最も大きく間違えた人
- 自分の推定値の近くまでつりあげると，期待利得が負になる可能性がある.

215

演習：勝者の災い

例: 二人の買手，各買手の持つ推定値は，真の値を v として，[v-1/2, v+1/2]の一様分布

- 第一価格秘密入札
- 買手の (甘い) 予想: 自分の推定値は平均的には正しいのだから，推定値から 1/12 減らした値を入札すれば期待利得は1/12 になる?

v-1/2　　v　　v+1/2

216

演習：勝者の災い

- 二人とも，自分の持つ推定値-1/12を入札すると仮定する
- 相手の入札値は，[v-7/12, v+5/12]の一様分布
- 自分の推定値を v-1/2+x,
  入札値を v-7/12+xとおく
- xは[0, 1]の一様分布
- 勝った場合の効用は7/12-x
- 勝つ確率はx
- x(7/12-x)を積分する

217

演習：勝者の災い

$$\int_0^1 x\cdot(7/12-x)dx = [7x^2/24 - x^3/3]_0^1 = -1/24$$

- 何が悪かったか?
- 自分の予想が甘い場合に勝つ確率が高いことを考慮に入れないといけない

218

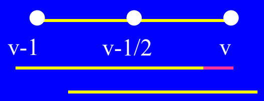
演習：勝者の災い (続き)

- 期待効用を非負にするには，互いに少なくともいくらディスカウントする必要があるか?
  - ディスカウント額を t とすると，期待効用は以下の通り: $\int_0^1 x\cdot(t+1/2-x)dx = t/2-1/12$
- ベイジアンナッシュ均衡は?
  - 両方がディスカウント額を大きくすれば期待効用は大きくなる (談合?)
  - 一方，相手を出し抜いて財を得る誘因が働く
  - どこに落ち着くか?

219

演習：勝者の災い

- 相手が推定値-1/2を入札すると仮定する
  - –どう転んでも損はしない堅実な戦略
- 相手よりもディスカウントを大きくすると，利益がある場合に勝つ可能性を減らす
- 相手よりもディスカウントを小さくすると，損をする状況で確実に勝ってしまう
- 結局，相手と同じく1/2ディスカウントするのが最適反応



220

クイズ：勝者の災い

- あなたは投資家で，会社Aを買収しようと考えている．
- 会社Aの価値 v_A ： 正確な値は分からないが，[0, 100] の一様分布であることは分かっている．
- 会社Aを買収すると，その価値を50%増やして転売できる．
- 買収価格bを提示すると，会社Aのオーナはb > v_Aなら買収に同意する (オーナは真の値を知っている)．
- 価格bで購入した場合のあなたの利益は 1.5 v_A − b.
- 買収価格 b としていくらを提示すべきか?

221

解答：勝者の災い

- あなたがbを提示すると，オーナはb > v_Aの場合にのみ買収に同意する．
- 買収に同意した場合，v_A は [0, b]の間の一様分布となり，平均的には0.5b.
- あなたは価値を0.75bに増やして転売．
- 利益は -0.25b!

222

組合せ入札

- 複数種類の商品 (財) が同時に販売される
- 各商品は複数個存在する場合もある
- 財の価値の間に依存関係が存在
  - –補完的: パソコンとメモリ
  - –代替的: VAIOとThinkPad

223

組合せ入札の利点

- 財の価値に依存関係がある場合：
  - – 個々の財の価値は単独では決められない
    - パソコンがなければメモリは無価値
    - VAIOが買えればThinkPadは要らない
  - – 財がバラバラに売られていると，入札額を決めるのが困難
- 財の任意の組合せに対する入札を許すことにより，安心して入札ができる
  - – 両方欲しい，どちらか片方だけ欲しいという入札が可能

224

組合せ入札の適用事例

- FCCの周波数帯域のオークション
- 空港での離発着権の割当て
- トラック配送の請負
- 調達
- …

225

組合せオークションの研究課題

- 最適な入札の組合せを見つけるのは複雑な組合せ最適化問題
  - 勝者決定問題，Set packing問題の一種
  - NP完全
  - 人工知能の探索のテクニックの導入
- 入札の表現方法も問題---財の数をmとして，2^m 個のサブセット

226

勝者決定問題

- 簡単化のための仮定：ある一人の買手は，ある一つの組合せのみに入札 --- 一般化は容易

  例：
  - 入札者A: (1, 2) に$40
  - 入札者B: (2, 3) に$50
  - 入札者C: (3) に$30
  - 入札者D: (1, 3) に$60
  - 入札者E: (1) に$10
- 売手は入札額の和が最大化されるように商品の割当て方法を決定 --- 勝者決定問題
  - A, Cが勝者となるのが，合計が$70で最大

227

勝者決定問題の難しさ

- 入札者の数をnとすると，勝者の可能な組合せの数は2^n
- Weighted Set Packing問題の一種
- NP完全と呼ばれる問題のクラスに属する

228

NP完全な問題とは

- クラスNP：ある条件を満たす解 (e.g., 入札額の合計が$60以上の組合せ) を求めたい場合に，解かどうかのチェックは高速に (nに関する多項式時間で) できる問題の集合
- クラスNP完全: クラスNPの中で最も難しい問題の集合
  - これのいずれかが多項式時間で解けるとしたら，クラスNPのすべての問題は多項式時間で解ける
  - (多分) 多項式時間では解けず，最悪ケースの計算時間は nに関して指数的
  - 直接 解を求めるような方法は一般には存在しない
  - 試行錯誤的な探索が不可欠

229

鼠算の恐ろしさ

計算時間 (e.g., チェックすべき組合わせの数) が2のn乗とすると，一秒に一億回の計算／チェックができる計算機を用いた場合の計算時間

- n= 10：10万分の1秒
- n= 20：100分の1秒
- n= 30：11秒
- n= 40：3時間
- n= 50：130日
- n= 60：365年
- n= 70：37万年
- n= 80：4億年
- …

230

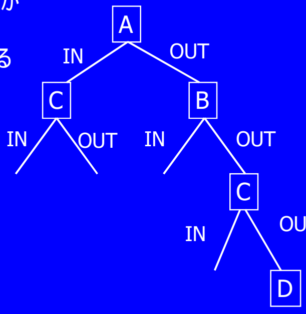
NP完全な問題への対応

- 正統派の数学者／計算機科学者
  - NP完全であることが分かれば満足 --- 解くのは諦める
- 非正統派 (e.g., 人工知能) の研究者
  - 諦めが悪い
  - 現に困っている問題はなんとかしたい
  - NP完全であることは，最悪ケースの計算量が指数的であることを言っているだけ
  - 平均的には，また現実的なサイズの問題ではなんとか我慢できる時間で解けるかも知れない!

231

探索木

- 木の各節点(ノード)が入札／買手に対応
- その買手を勝者とする(IN) か，しないか(OUT) を選択
  - A: (1, 2)
  - B: (2, 3)
  - C: (3)
  - D: (1, 3)



232

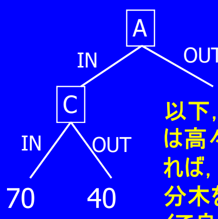
探索木の枝刈り

- 大規模な問題では探索木のすべてをチェックすることは不可能
- 探索木の一部をチェックするだけで，最適解を得ることができるか?
  - ある節点で，今後どのくらいの品質の解が得られるかの楽観的な推定値を得ることができれば枝刈りが可能
    --- Branch & Bound (分岐限定法)

233

Branch & Bound

- A: (1, 2)=40
- B: (2, 3)=50
- C: (3)=30
- D: (1, 3)=60



以下，得られる解は高々60と分かれば，以下の部分木をチェックしなくて良い

234

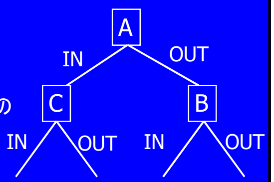
楽観的な推定値の求め方

- 線形計画法を使うと高速に解が得られる
- ただし，AとBが，ある財を半分ずつ分けるというような半端な解が得られてしまう
- 元の問題の制約を緩めた，より簡単な問題を解いているので，楽観的な推定値が得られる

235

高速化のための工夫

- どの入札から考えるか?
  - 影響／入札額の大きいもの
  - 残りの問題が独立な副問題に分離できる (e.g.,東京と大阪の周波数帯域の割当て，両方の組合せに入札しているのが一社のみ)
- IN/OUTのどちらを先にする?
  - 良い解が早く得られるほど分岐限定法は速い
  - 線形計画法で得られた解を参照



236

解ける問題のサイズ

- 様々な工夫 (ヒューリスティックス) を導入した専用アルゴリズム (CABOB, Sandholm, *et al.*, 2001) で，財の数400，入札数4,000ぐらいの問題が数秒で解ける
- 商用の整数計画法 (線形計画法+整数条件) のパッケージ (e.g., ILOG社のCPLEX) でもかなり高速

一般化Vickrey入札 (GVA)

- 各参加者は財のセットに関して評価値を申告.
- 申告された評価値に基づいて，社会的余剰が最大化されるように財が割り当てられる.
- 参加者は迷惑料 (その参加者が入札に参加することによって生じる，他の参加者の社会的余剰の減少分) を支払う.
- 誘因両立的で結果はパレート効率的

GVAの例

三人の入札者，二種類の財のオークション

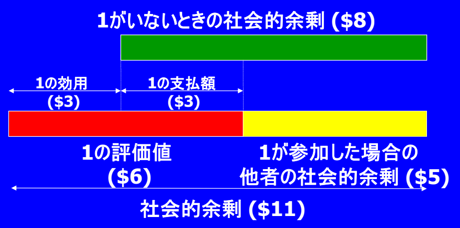
	coffee	cake	both
Bidder1	$6	$0	$6
Bidder2	$0	$0	$8
Bidder3	$0	$5	$5

結果:

- 入札者1 がコーヒーを, 3 がケーキを落札.
- 入札者1の支払額は $8－$5＝$3
- 入札者3の支払額は $8－$6＝$2

GVAの誘因両立性

- 財の割当ては社会的余剰が最大化されるように行われる.
- 全体の幸せと個人の幸せが一致すれば良い (incentive compatibility).



演習：GVA paymentの計算

四人の入札者，二種類の財のオークション

	coffee	cake	both
Bidder1	$6	$0	$6
Bidder2	$0	$0	$8
Bidder3	$0	$5	$5
Bidder4	$4	$1	$5

勝者と支払額は?:

演習：クラーク税

- GVAはクラークメカニズム，もしくはVickrey-Clarke-Grovesメカニズム，Clarke税と呼ばれる方法の一つのインスタンス
- より一般的な，グループ意思決定の場面で用いることができる
  - 例: この講義の補習 (全員参加!) を，土曜の午後に実施するかどうか決める
    - 補習をしない場合を0として，人によって効用は様々 ($20, -$10, …)
    - 効用の和が正なら補習を実施し，負ならしない
    - 正直に効用を申告させるにはどうしたら良いか?

解答

- 各参加者は，自分の申告により結果が変わる場合，結果を変えるのに必要な最少額を税金として支払う
  - 参加者1: $20, 参加者2: -$10, 参加者3: -$20, 参加者4: $30
  - 補習は実施，支払額は以下:
    - 参加者1: $0, 参加者2: $0, 参加者3: $0, 参加者4: $10

クラーク税の注意点

- 集めた税は，参加者以外の誰かに渡る必要がある --- 参加者内で単純に再分配してはいけない
- 例：集めた税で打ち上げの飲み会をする
  - 他人に多く税金を払わせれば，結果／自分の税額が変わらなくても利益になる
- オークションの場合は主催者が引き取るので問題ない