寡占市場分析

第8回ゲーム理論講義

高梨　誠之

九州大学システム情報科学研究院　学術研究員

ゲーム理論と経済学

- 需要と供給の理論としての経済学。
- 企業の生産量と消費者の需要量によって、価格が定まる。

- 独占市場:ある財を生産する企業が一つしかなく、価格を完全にコントロールできる。
- 寡占市場:ある財を生産する企業が少数だが複数あり、価格をある程度コントロールできる。

↑
ゲーム理論の出番

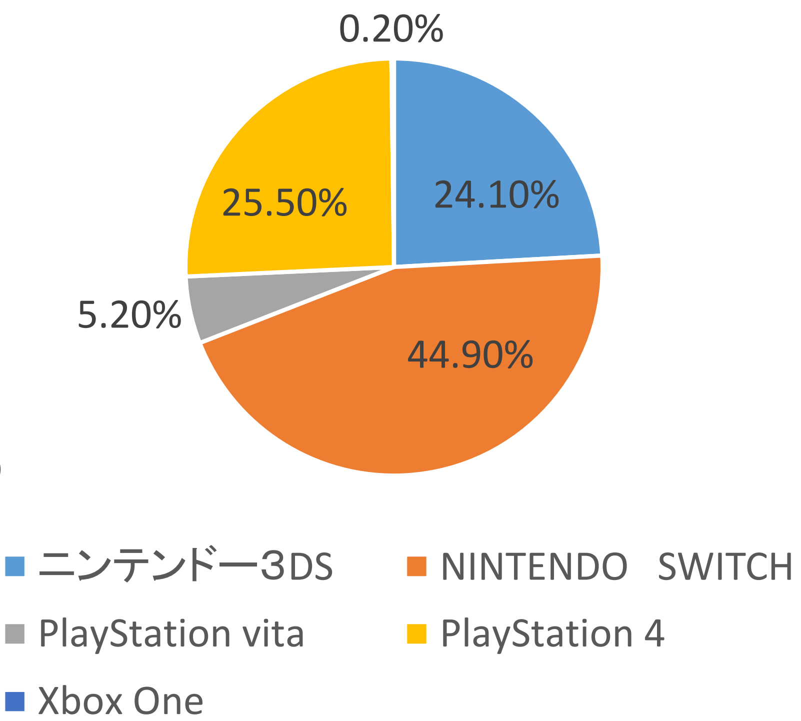
寡占市場とは？

- 寡占市場

  →少数（だが複数）の企業が財を供給している。

  →企業は一定の競争しながら生産量を定める。

ゲーム機のシェア(2017年)



例1:ゲーム業界

→国内ではソニーと任天堂だけで、ほぼ100%のシェア

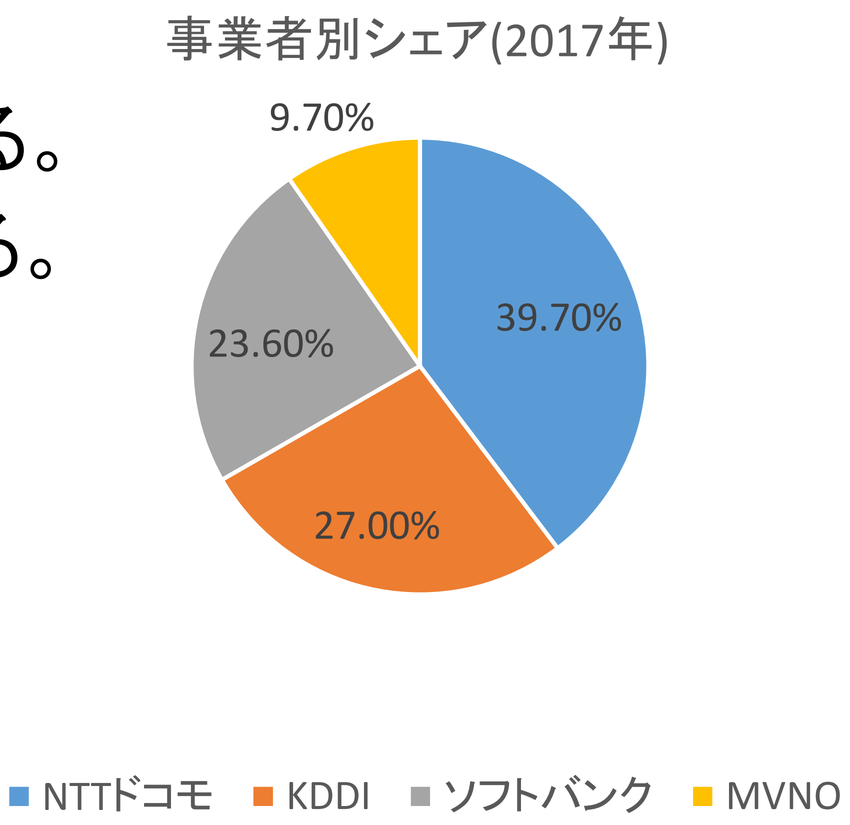
週刊ファミ通調べ online: http://teitengame.com/graf04.html

- 二つの企業だけで財を供給している市場のことを複占市場という。

寡占市場とは？

- 寡占市場
  →少数(だが複数)の企業が財を供給している。
  →企業は一定の競争しながら生産量を定める。

例2：携帯電話の業界
→国内ではNTTドコモとKDDI、ソフトバンクのみで、90%のシェアを誇る。



総務省調べ online: http://www.soumu.go.jp/main_content/000508722.pdf

寡占市場とは？

- 寡占市場では、自分の定める最適な生産量が、他の企業の定める生産量に依存する。

例：もし、ソニーがゲーム機の生産量を増やしたなら、価格が変化し、任天堂はその影響を受ける。

→このような市場での均衡点は？

- クールノー競争、シュタッケルベルグ競争、ベルトラン競争といわれる三つの寡占市場モデル。

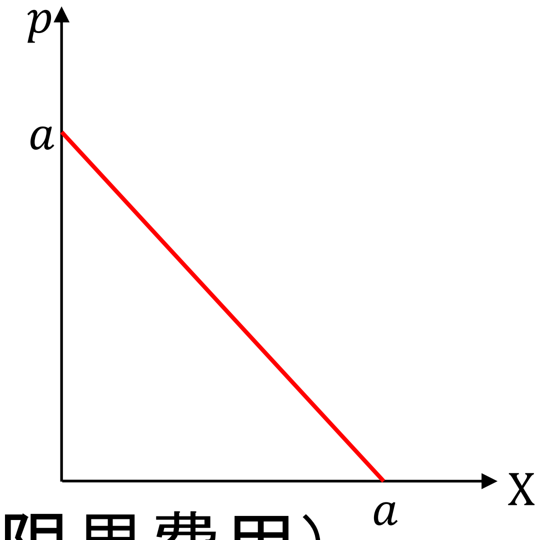
今日のテーマ。

ベンチマーク:独占市場

- 一つの企業Aが一つの財を供給している状況を考える。
- Aの生産量(戦略)を$x \in [0, \infty)$とする。
- 需要関数$\mathrm{X} = a - p$とする。

（逆需要関数: $p = a - \mathrm{X}$ ）

- 財を一単位生産するのに必要な費用は$c(< a)$とする。（限界費用）



→利潤を最大化するためには、生産量をいくらにすればよいだろうか？

ベンチマーク:独占市場

- 企業Aの利潤を$\pi(x)$とする。

$$\pi(x) = x \cdot p - c \cdot x$$

利潤=生産量×価格ー総費用

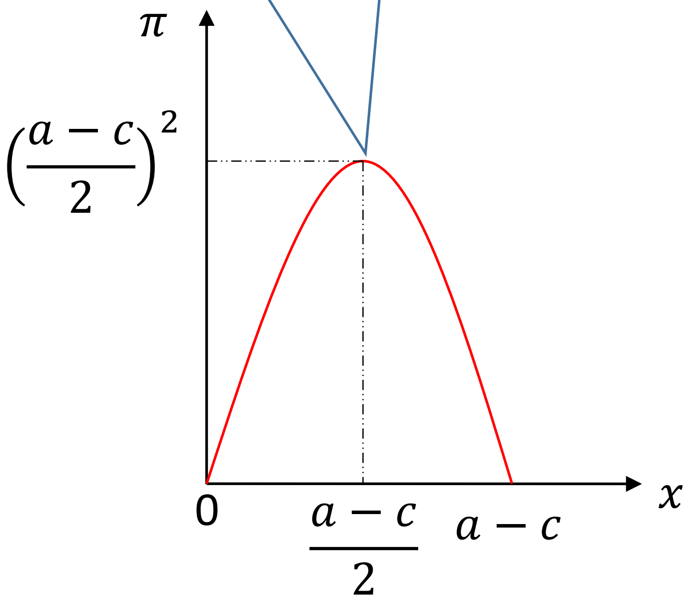
$$= -\left(x - \frac{a-c}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$$

最適な生産量:$x^M = \frac{a-c}{2}$

最適な生産量での利潤:$\pi(x^M) = \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$

最適な生産量での価格:$p^M = a - x^M = \frac{a+c}{2}$

企業Aの最適な生産量

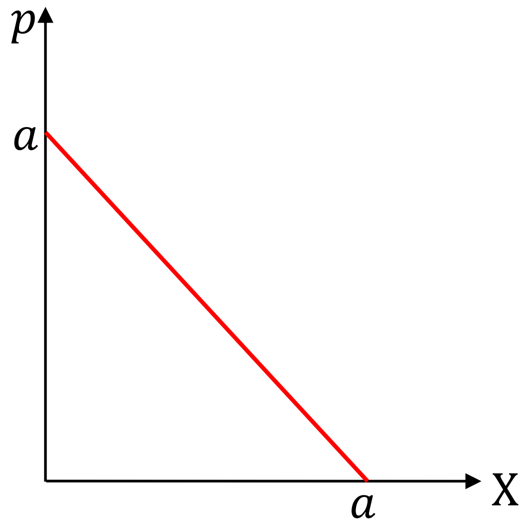


クールノー競争

- 二つの企業AとBが同質な財を供給している複占市場。
- 各企業は同時に生産量(戦略)を決定する。←クールノー競争の特徴
- Aの生産量をx_Aとし、Bの生産量をx_{B}とする。
- 二つの企業の生産量の合計は$\mathrm{X} = x_A + x_{\mathrm{B}}$とする。
- 需要関数$\mathrm{X} = a - p$とする。

（逆需要関数: $p = a - \mathrm{X}$ ）

- 財を一単位生産するのに必要な費用は$c(< a)$とする。



→純粋戦略のナッシュ均衡は何か？

クールノー競争

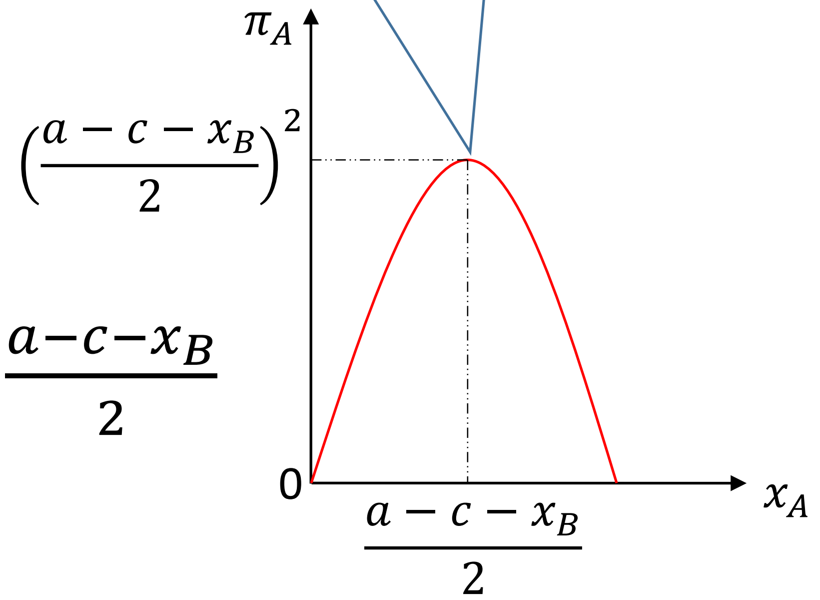
- 企業Aの利潤を$\pi_A(x_A, x_B)$とし、企業Bの利潤を$\pi_B(x_A, x_B)$とする。

$$\pi_A(x_A, x_B) = x_A \cdot p - c \cdot x_A$$

利潤=生産量×価格－総費用

$$= -\left(x_A - \frac{a-c-x_B}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-c-x_B}{2}\right)^2$$

企業Bが生産量x_Bを選んだ時の最適な生産量



企業Bの生産量x_Bに対する最適な生産量：$x_A^C = \frac{a-c-x_B}{2}$

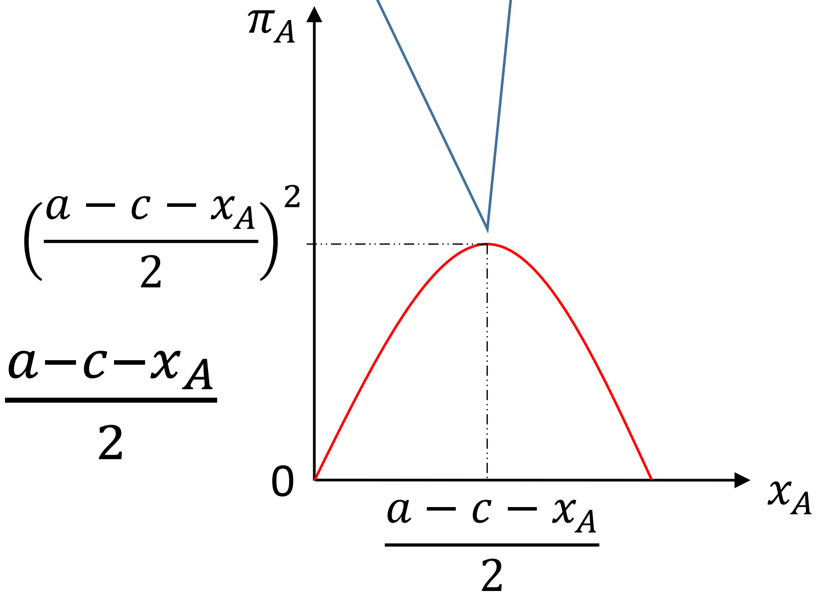
クールノー競争

- 企業Aの利潤を$\pi_A(x_A, x_B)$とし、企業Bの利潤を$\pi_B(x_A, x_B)$とする。

利潤=生産量×価格ー総費用

$$\pi_B(x_A, x_B) = x_B \cdot p - c \cdot x_B$$
$$= -\left(x_B - \frac{a-c-x_A}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-c-x_A}{2}\right)^2$$

企業Aが生産量x_Aを選んだ時の最適な生産量

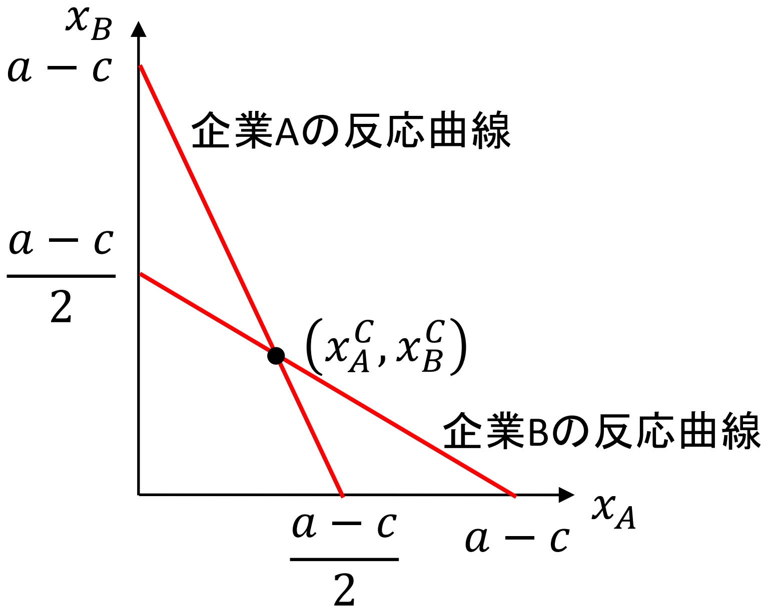


企業Aの生産量x_Aに対する最適な生産量：$x_B^C = \frac{a-c-x_A}{2}$

クールノー競争

- 両方の企業が相手に最適に反応するナッシュ均衡は、

$$\begin{cases} x_A^C = \dfrac{a-c-x_B^C}{2} \\ x_B^C = \dfrac{a-c-x_A^C}{2} \end{cases} \Rightarrow x_A^C = \frac{a-c}{3}, x_B^C = \frac{a-c}{3}$$ となる。



- $x_A^C = \frac{a-c}{3}, x_B^C = \frac{a-c}{3}$はクールノー均衡と呼ばれる。

クールノー競争

- クールノー均衡$x_A^C=\frac{a-c}{3}, x_B^C=\frac{a-c}{3}$の生産量が選ばれた時の企業Aと企業Bの利潤はいくらか？
- $x_A^C=\frac{a-c}{3}, x_B^C=\frac{a-c}{3}$を$\pi_A(x_A, x_B)$と$\pi_B(x_A, x_B)$にそれぞれ代入すればよい。

$$\pi_A\left(x_A^C, x_B^C\right)=\pi_B\left(x_A^C, x_B^C\right)=\left(\frac{a-c}{3}\right)^2$$

- クールノー均衡での価格は？

$$p^C=\frac{a+2c}{3}$$

クールノー競争

- クールノー均衡はパレート効率的か？
- $\pi_A(x_A, x_B)$と$\pi_B(x_A, x_B)$の和を最大化する生産量を求めてみる。

$$\pi_A(x_A, x_B) + \pi_B(x_A, x_B) = (x_A + x_B)(p - c)$$
$$= -\left(x_A + x_B - \frac{a-c}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$$

- $x_A = x_B = \frac{a-c}{4}$のとき、$\pi_A(x_A, x_B) = \pi_B(x_A, x_B) = \frac{(a-c)^2}{8}$となり、クールノー均衡はパレート効率的でないことが分かる。
- この生産量の組は、二つの企業が組み、事実上の独占となっている。

クールノー競争と独占市場の比較

- 独占市場の利潤と比較する。

$$\pi_A\left(x_A^C, x_B^C\right) = \pi_B\left(x_A^C, x_B^C\right) = \left(\frac{a-c}{3}\right)^2 < \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi(x^M)$$

- 複占市場では、独占時の半分を下回る利潤しか得られない。

- 独占市場の価格と比較する。

$$p^C = \frac{a+2c}{3} = c + \frac{a-c}{3} < p^M = \frac{a+c}{2} = c + \frac{a-c}{2}$$

- 複占市場の方が競争することで、価格が安くなる。

クールノー競争と独占市場の比較

- 独占市場の生産量と比較する。

$$x_A^C + x_B^C = \frac{2(a-c)}{3} > \frac{a-c}{2} = x^M$$

- 複占市場では、独占市場より多くの生産が行われる。
- まとめると、

利潤:独占＞複占
価格:独占＞複占
生産量:独占＜複占

クールノー競争と独占市場の比較

- 消費者にとっては、複占の方が生産量が多く価格が安いので、複占の方が望ましい。
- 生産者にとっては、利潤が多いので独占の方が望ましい。

利潤:独占>複占
価格:独占>複占
生産量:独占<複占

シュタッケルベルグ競争

- 二つの企業AとBが同質な財を供給している複占市場。
- 各企業は逐次、生産量を決定する（A→B）。←シュタッケルベルグ競争の特徴
- Aの生産量をx_Aとし、Bの生産量をx_{B}とする。
- 二つの企業の生産量の合計は$\mathrm{X} = x_A + x_{\mathrm{B}}$とする。
- 需要関数$\mathrm{X} = a - p$とする。

（逆需要関数：$p = a - \mathrm{X}$）

- 財を一単位生産するのに必要な費用は$c(< a)$とする。

→純粋戦略の（部分ゲーム完全）均衡は何か？

シュタッケルベルグ競争

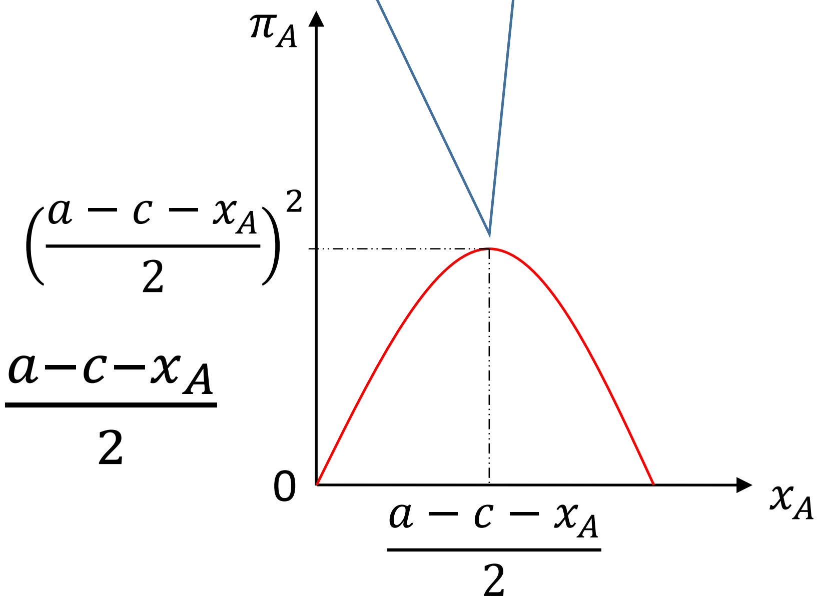
- 企業Bは企業Aの生産量を見てから、自分の生産量を決める。

利潤=生産量×価格ー総費用

$$\pi_B(x_A, x_B) = x_B \cdot p - c \cdot x_B$$

$$= -\left(x_B - \frac{a-c-x_A}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-c-x_A}{2}\right)^2$$

企業Aが生産量x_Aを選んだ時の最適な生産量



企業Aの生産量x_Aに対する最適な生産量：$x_B^S = \frac{a-c-x_A}{2}$

シュタッケルベルグ競争

- 企業Bは企業Aの生産量を見てから、自分の生産量を決める。
- 今、企業Aは $x_B^S=\frac{a-c-x_A}{2}$を企業Bはとってくると予想できる。

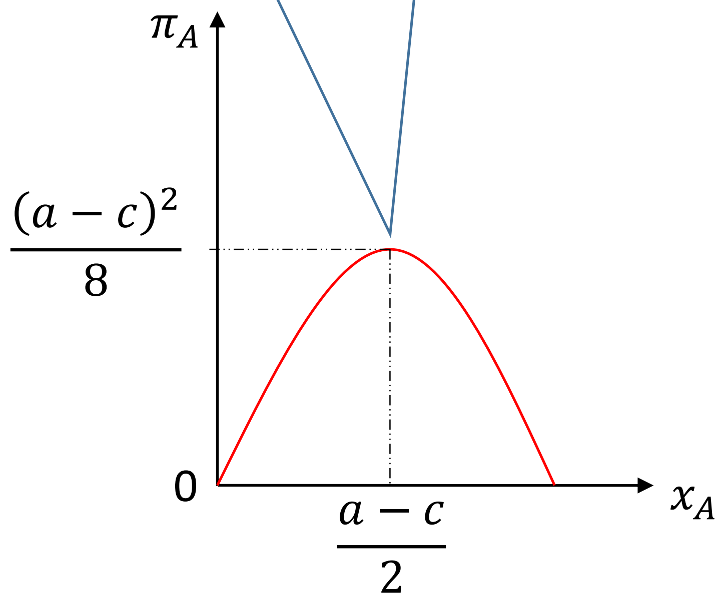
$$\pi_A(x_A,x_B)=x_A\cdot p-c\cdot x_A$$

利潤=生産量×価格ー総費用

$$=-\frac{1}{2}\left(x_A-\frac{a-c}{2}\right)^2+\frac{(a-c)^2}{8}$$

企業Aの最適な生産量$x_A^S=\frac{a-c}{2}$

企業Bが生産量x_B^Sを選んだ時の最適な生産量



シュタッケルベルグ競争

- 企業Aの最適な生産量$x_A^S = \frac{a-c}{2}$
- 企業Bの最適な生産量$x_B^S = \frac{a-c-x_A^S}{2} = \frac{a-c}{4}$
- この生産量の組(x_A^S, x_B^S)をシュタッケルベルグ均衡と呼ぶ。
- 明らかに、$x_A^S > x_B^S$となる。
- 利潤は？

$$\pi_A(x_A^S, x_B^S) = \frac{(a-c)^2}{8} > \pi_B(x_A^S, x_B^S) = \frac{(a-c)^2}{16}$$

- なお、価格は$p^S = \frac{a+3c}{4}$
- 総生産量は、$x_A^S + x_B^S = \frac{3}{4}(a-c)$

シュタッケルベルグ競争

- 企業Aの方が多く生産し、また、多く利潤を得る。
- 一般に先に生産量を決める企業（先導企業）の方が、多くの利潤を得る。
- これは、自分が先に供給量を決めることで、相手の行動を制約できるため。

シュタッケルベルグ競争とクールノー競争

- クールノー競争とシュタッケルベルグ競争の利潤を比較する。

$$\pi_A\left(x_A^S, x_B^S\right) = \frac{(a-c)^2}{8} > \pi_A\left(x_A^C, x_B^C\right) = \frac{(a-c)^2}{9}$$

$$\pi_B\left(x_A^C, x_B^C\right) = \frac{(a-c)^2}{9} > \pi_B\left(x_A^S, x_B^S\right) = \frac{(a-c)^2}{16}$$

- 先導企業（企業A）にとっては、シュタッケルベルグのほうが良いが、追従企業（企業B）にとっては、クールノーのほうが良い。

シュタッケルベルグ競争とクールノー競争

- クールノー競争とシュタッケルベルグ競争の価格を比較する。

$$p^S = \frac{a + 3c}{4} < p^C = \frac{a + 2c}{3}$$

- シュタッケルベルグ競争の方が、価格が安い。
- クールノー競争とシュタッケルベルグ競争の総生産量を比較する。

$$x_A^S + x_B^S = \frac{3}{4}(a - c) > x_A^C + x_B^C = \frac{2}{3}(a - c)$$

- シュタッケルベルグ競争の方がより多くの生産が行われる。

独占とシュタッケルベルグ競争の比較

- 独占市場とシュタッケルベルグ競争の利潤を比較する。

$$\pi_A\left(x_A^S, x_B^S\right) = \frac{(a-c)^2}{8} = \frac{\pi(x^M)}{2}$$

$$\frac{\pi(x^M)}{2} = \frac{(a-c)^2}{8} > \pi_B\left(x_A^S, x_B^S\right) = \frac{(a-c)^2}{16}$$

- 先導企業（企業A）は、独占市場のちょうど半分の利得を手にする。
- 追従企業（企業B）は、独占市場の半分を下回る利得しか手に入らない。

独占とシュタッケルベルグ競争の比較

- 独占市場とシュタッケルベルグ競争の価格を比較する。

$$p^S = \frac{a+3c}{4} < p^M = \frac{a+c}{2}$$

- シュタッケルベルグ競争の方が、価格が安い。
- 独占市場とシュタッケルベルグ競争の総生産量を比較する。

$$x_A^S + x_B^S = \frac{3}{4}(a-c) > x^M = \frac{1}{2}(a-c)$$

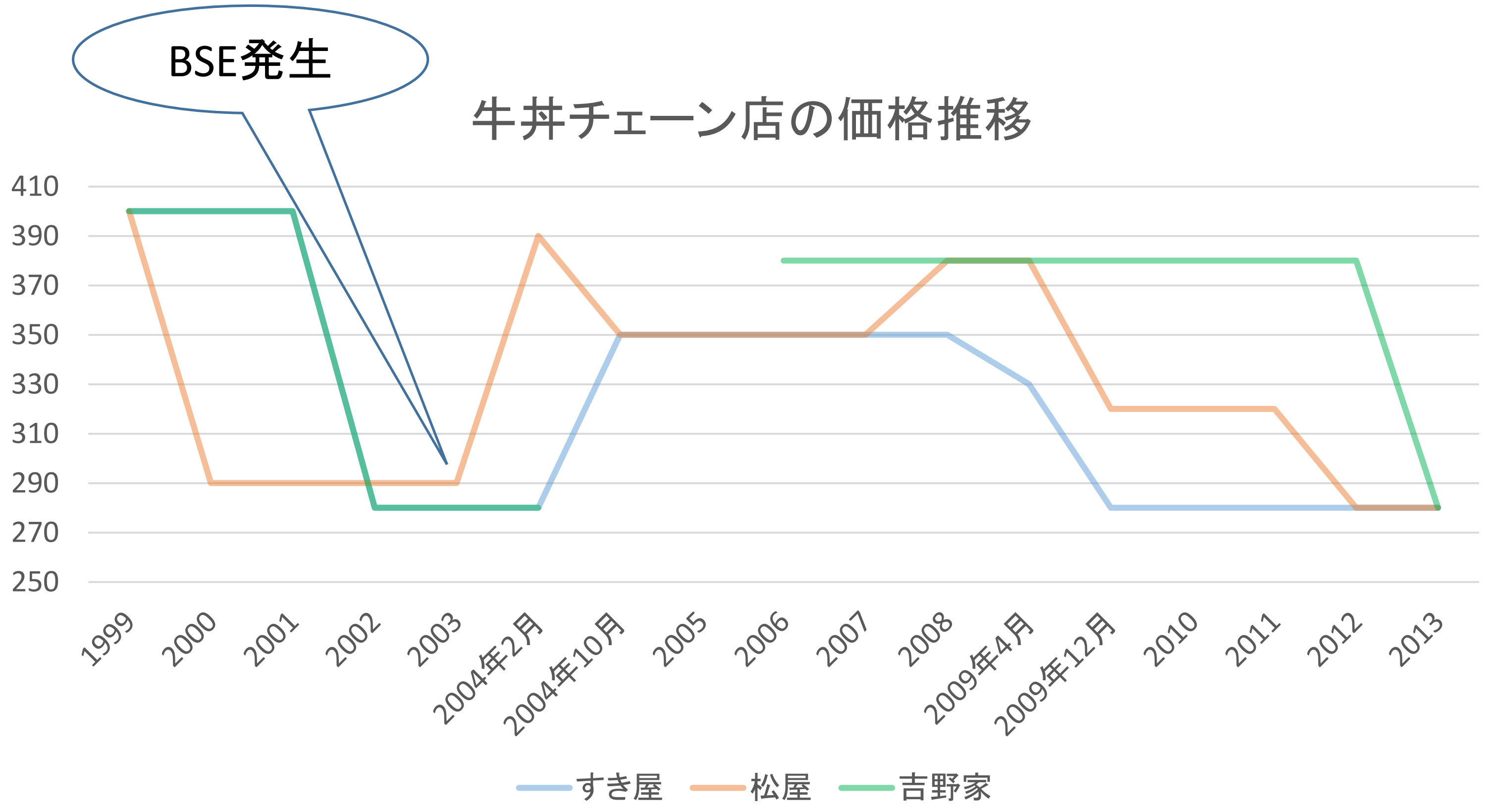
- シュタッケルベルグ競争の方がより多くの生産が行われる。

ベルトラン競争

- これまでのモデルは、企業が生産量を定めると仮定してきた。
- しかし、生産量ではなく価格による競争が行われることもある。

例：牛丼チェーン

- 一社が価格を下げると他社も下げ始める



ベルトラン競争

- 二つの企業AとBが同質な財を供給している複占市場。
- 各企業は同時に価格を決定する。←ベルトラン競争の特徴
- Aの価格をp_Aとし、Bの価格をp_{B}とする。
- 消費者は安い方からのみ購入し、同じ価格の場合それぞれ半分の消費者が各企業で購入する。
- 需要関数$\mathrm{X} = a - p$とする。

（逆需要関数：$p = a - \mathrm{X}$）

- 財を一単位生産するのに必要な費用は$c(< a)$とする。

→純粋戦略のナッシュ均衡は何か？

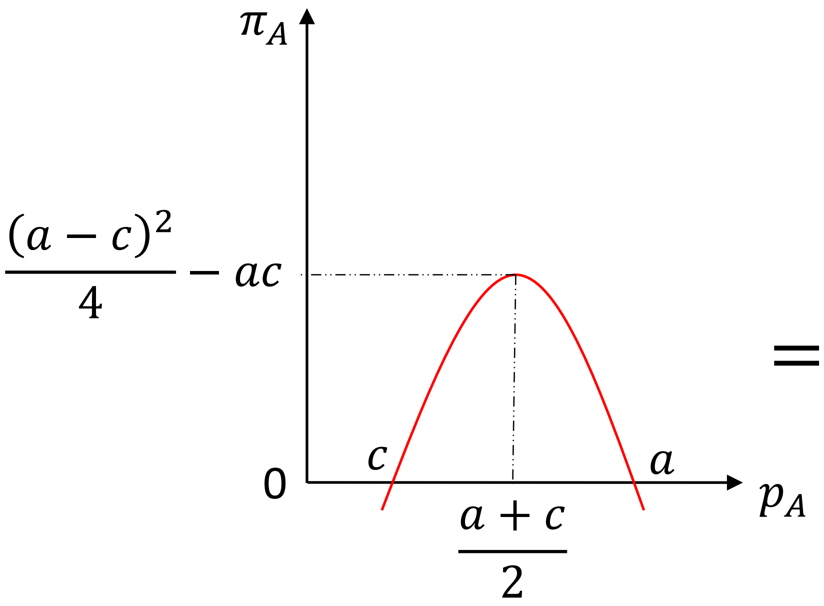
ベルトラン競争

- 安い価格を付けた方が独占できる。企業Aの利潤関数$\pi_A(p_A,p_B)$は、

利潤=生産量×価格−総費用

$$\pi_A(p_A,p_B)=\begin{cases}(a-p_A)\cdot p_A-c\cdot(a-p_A)\ if\,p_A<p_B\\ \dfrac{a-p_A}{2}\cdot p_A-c\cdot\dfrac{a-p_A}{2}\ if\,p_A=p_B\\ 0\ if\,p_A>p_B\end{cases}$$

$$=\begin{cases}-\left(p_A-\frac{a+c}{2}\right)^2+\left(\frac{a-c}{2}\right)^2-ac\ if\,p_A<p_B\\ -\frac{1}{2}\left(p_A-\frac{a+c}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{a-c}{2}\right)^2-ac\right\}if\,p_A=p_B\\ 0\ if\,p_A>p_B\end{cases}$$



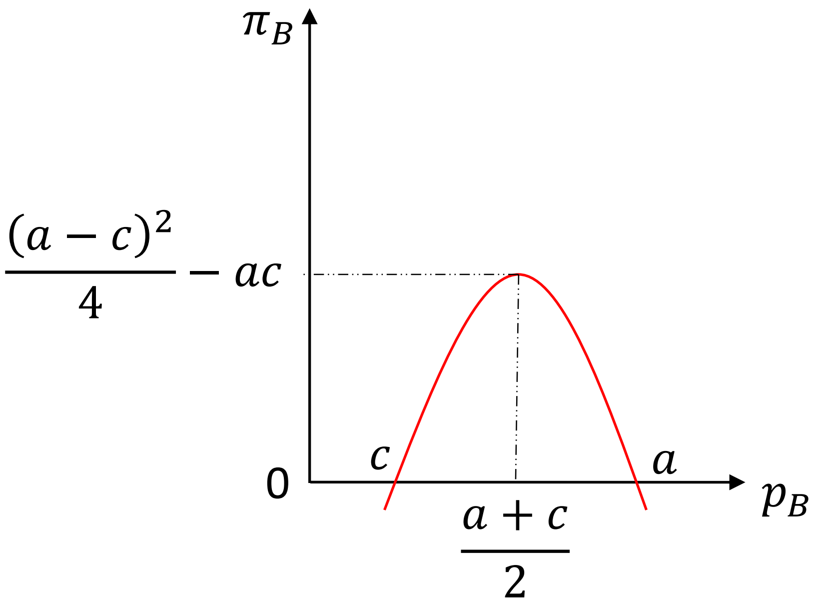
ベルトラン競争

- 安い価格を付けた方が独占できる。企業Bの利潤関数$\pi_B(p_A, p_B)$は、

$\boxed{\text{利潤=生産量×価格−総費用}}$

$$\pi_B(p_A, p_B) = \begin{cases} (a - p_B) \cdot p_B - c \cdot (a - p_B)\ if\ p_B < p_A \\ \dfrac{a - p_B}{2} \cdot p_B - c \cdot \dfrac{a - p_B}{2}\ if\ p_B = p_A \\ 0\ if\ p_B > p_A \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -\left(p_B - \frac{a+c}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^2 - ac\ if\ p_B < p_A \\ -\frac{1}{2}\left(p_B - \frac{a+c}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{a-c}{2}\right)^2 - ac\right\}\ if\ p_B = p_A \\ 0\ if\ p_B > p_A \end{cases}$$



ベルトラン競争

1. もし、$p_A > p_B \geq c$とすると、$p'_B \in \left(c, \min\left\{p_A, \frac{a+c}{2}\right\}\right)$を選ぶことで、企業Bは利得を改善できる。
2. 同様に、$p_B > p_A \geq c$とすると、$p'_A \in \left(c, \min\left\{p_B, \frac{a+c}{2}\right\}\right)$を選ぶことで、企業Aは利得を改善できる。
3. もし、$\mathrm{c} \geq p_A > p_B$とすると、$p'_B = c$を選ぶことで、企業Bは利得を改善できる。
4. 同様に、$\mathrm{c} \geq p_B > p_A$とすると、$p'_A = c$を選ぶことで、企業Aは利得を改善できる。
5. もし、$p_A = p_B = c$とすると、何れの企業も異なる価格を付けることで、利得を改善できない。

ベルトラン競争

以上から、ナッシュ均衡（ベルトラン均衡）は$p_A^B = p_B^B = c$となる。

- ベルトラン均衡における利潤は、$\pi_A(p_A^B, p_B^B) = \pi_B(p_A^B, p_B^B) = 0$となる。
- 生産量は、$\mathrm{X} = a - p_A^B = a - p_B^B = a - c$となる。

ベルトラン競争

- ベルトラン均衡はパレート効率的か？

$$\pi_A(p_A,p_B)+\pi_B(p_A,p_B)=\begin{cases}-\left(p_A-\dfrac{a+c}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a-c}{2}\right)^2 & if\, p_A\le p_B\\ -\left(p_B-\dfrac{a+c}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a-c}{2}\right)^2 & if\, p_A>p_B\end{cases}$$

- $p_A\ge p_B=\frac{a+c}{2}$又は$p_B\ge p_A=\frac{a+c}{2}$のときに、利潤の和が最大化され、その利潤の和は$\left(\frac{a-c}{2}\right)^2$となり、生産量は$a-\frac{a+c}{2}=\frac{a-c}{2}$となる。
- $p_A=p_B=\frac{a+c}{2}$とすれば、両企業とも利潤を改善できる。

ベルトラン競争とクールノー競争

- ベルトラン均衡とクールノー均衡の利潤を、比較する。

$$\pi_A(p_A^B, p_B^B) = \pi_B(p_A^B, p_B^B) = 0 < \pi_A\left(x_A^C, x_B^C\right) = \pi_B\left(x_A^C, x_B^C\right) = \left(\frac{a-c}{3}\right)^2$$

- 両企業にとって、ベルトラン均衡の方が利潤が下がる。
- ベルトラン均衡とクールノー均衡の価格を、比較する。

$$p_A^B = p_B^B = c < \frac{a+2c}{3} = p^C$$

- 価格はベルトラン均衡の方が安くなる。

ベルトラン競争

- ベルトラン競争から、価格競争が起こると両企業が自分の利潤が0となる点まで、価格を下げることが予想できる。
- クールノー均衡と同様に、パレート効率的ではない。

ベルトラン競争と製品差別化

- ベルトラン競争の均衡点では、両企業の利潤が0となってしまった。
- いかに回避するか？→製品差別化
- 企業Aが企業Bと少し異なる製品を生産することで、消費者を獲得することを目指す。
- 企業Bが非常に安い価格を定めても、消費者の一部は異なる財を供給する企業Aから購入し得る。

例：牛丼チェーン

通常の牛丼とネギ玉牛丼、あるいは、味の差別化。

ベルトラン競争と製品差別化

- 二つの企業AとBがそれぞれ異質な財を供給している複占市場。
- 各企業は同時に価格を決定する。←ベルトラン競争の特徴
- Aの価格をp_Aとし、Bの価格をp_{B}とする。
- 逆需要関数をそれぞれ以下のように定める。

$$\begin{cases} p_A = a - x_A - bx_B \\ p_B = a - x_B - bx_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \dfrac{a}{1+b} - \dfrac{1}{1-b^2} p_A + \dfrac{b}{1-b^2} p_B \\ x_B = \dfrac{a}{1+b} - \dfrac{1}{1-b^2} p_B + \dfrac{b}{1-b^2} p_A \end{cases}$$

ベルトラン競争と製品差別化

$$\begin{cases} p_A = a - x_A - bx_B \\ p_B = a - x_B - bx_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \dfrac{a}{1+b} - \dfrac{1}{1-b^2}p_A + \dfrac{b}{1-b^2}p_B \\ x_B = \dfrac{a}{1+b} - \dfrac{1}{1-b^2}p_B + \dfrac{b}{1-b^2}p_A \end{cases}$$

- bは製品の差別化の程度を表す。但し、$0 \leq b < 1$とする。
- $b \to 1$のとき、同質財と一致し、$b = 0$のとき、完全に差別化される。
- 財を一単位生産するのに必要な費用はcとする。

→純粋戦略のナッシュ均衡は何か？

ベルトラン競争と製品差別化

- 企業Aの利潤関数$\pi_A(p_A, p_B)$は

$\boxed{\text{利潤=生産量×価格ー総費用}}$

$$\pi_A(p_A, p_B) = p_A x_A - c x_A$$
$$= (p_A - c)\left(\frac{a}{1+b} - \frac{1}{1-b^2} p_A + \frac{b}{1-b^2} p_B\right)$$

- 企業Bの利潤関数$\pi_B(p_A, p_B)$は

$\boxed{\text{利潤=生産量×価格ー総費用}}$

$$\pi_B(p_A, p_B) = p_B x_B - c x_B$$
$$= (p_B - c)\left(\frac{a}{1+b} - \frac{1}{1-b^2} p_B + \frac{b}{1-b^2} p_A\right)$$

ベルトラン競争と製品差別化

- 企業Aの企業Bの価格p_Bに対する最適な反応は、

$$p_A^{BD} = \frac{b}{2}p_B + \frac{a(1-b)+c}{2}$$

- 企業Bの企業Bの価格p_Bに対する最適な反応は、

$$p_B^{BD} = \frac{b}{2}p_A + \frac{a(1-b)+c}{2}$$

ベルトラン競争と製品差別化

- 両企業がお互いに最適に反応しあう、ナッシュ均衡(p_A, p_B)は、

$$p_A^{BD} = p_B^{BD} = c + \frac{(1-b)(a-c)}{2-b}$$

- ナッシュ均衡における生産量は、

$$x_A^{BD} = x_B^{BD} = \frac{a-c}{(1+b)(2-b)}$$

- ナッシュ均衡における利潤は、

$$\pi_A(p_A^{BD}, p_B^{BD}) = \pi_B(p_A^{BD}, p_B^{BD}) = \frac{1-b}{1+b}\left(\frac{a-c}{2-b}\right)^2$$

ベルトラン競争と製品差別化

- 製品差別化を行う場合と行わない場合を比較してみよう。

$$
\begin{cases}
p_A^{BD} = p_B^{BD} = c + \dfrac{(1-b)(a-c)}{2-b} > c = p_A^B = p_B^B \\
x_A^{BD} + x_B^{BD} = \dfrac{2(a-c)}{(1+b)(2-b)} \leq a-c \\
\pi_A(p_A^{BD}, p_B^{BD}) = \pi_B(p_A^{BD}, p_B^{BD}) = \dfrac{1-b}{1+b}\left(\dfrac{a-c}{2-b}\right)^2 > 0 = \pi_A(p_A^B, p_B^B) = \pi_B(p_A^B, p_B^B)
\end{cases}
$$

- 価格が上昇し、生産量は下がり、利潤は上がる。
- 製品差別化によって、利潤を改善できる。