

問題は4まで.

1 動的計画法 I

二つの文字列 $X = \{A, B, B, A, B, A\}$, $Y = \{A, B, A, B, A\}$ が存在する.

問 1-1 図 1 で示す形式の表を完成させることにより, 二つの文字列の最長共通部分列 (LCS) の長さを求めよ.

問 1-2 最長共通部分列を示せ.

	j	0	1	2	3	4	5
i	y_j						
0	x_i						
1							
2							
3							
4							
5							
6							

図 1: 動的計画法で用いる表

2 動的計画法 II

図2に示す、価値と重さを持つ商品が存在する。価値、重さは共に整数値である。合計で重さ8までの商品を入れられるナップザックに、価値の和を最大化するような商品の組合せを求めたい。

id	1	2	3	4	5
weight	2	2	1	3	3
value	4	5	2	8	6

図 2: 商品の重さと価値

問 2-1 id が1 から i までの商品のみを対象に、重さの上限が w のナップザックに詰められる商品の価値の和の最大値を $C[i][w]$ とする。動的計画法を用いて $C[i][w]$ を求める際に利用可能な漸化式を示せ。

問 2-2 上記の漸化式において、部分問題最適性が成立することを示せ。

問 2-3 重さの上限が8のナップザックに入れられる商品の価値の和の最大値を求めよ。

3 貪欲法

- 7個のタスクが存在する。
- 各タスクは、処理を始めれば、一単位時間で終了する。
- 2つ以上のタスクを同時に処理することはできない。
- 各タスクには、その時刻までに終了しなければならない締切時刻と、締切までに終了しなかった場合の罰金が定義される (図3)。

問 3-1 罰金の総額を最小化するスケジュールを求める問題を、貪欲法により解く方法を考える。貪欲法を用いる場合に、どのような順序でタスクを選べばよいかを示せ。

問 3-2 罰金の総額を最小化するスケジュールを示せ (処理するタスクとその順序を示せばよい)。

id	1	2	3	4	5	6	7
締切	4	2	4	3	1	4	6
罰金	70	60	50	40	30	20	10

図 3: タスクの締切と罰金

4 ならし解析

以下の方法で表 T を管理する.

- Table-Insert と, Table-Delete の二つの操作がサポートされる.
- 初期状態では表 T のサイズは 1.
- 表 T 中の要素数 $T.num$ を表のサイズ $T.size$ で割ったものを占有率 α と呼ぶ.
- 占有率 $\alpha = 1$, すなわち表がすべて埋まっていた, Table-Insert を行う場合, 表を拡大し, 二倍のスペースにコピーする ($T.size$ が二倍になる).
- 占有率 $\alpha < 1/4$ となった場合, 表を縮小し, 半分のスペースにコピーする ($T.size$ が半分になる).

問 4-1 ならし解析を行うための適切なポテンシャル関数 $\phi(T)$ を定義せよ.

問 4-2 上記のポテンシャル関数を用いて, Table-Delete のならしコストを求めよ.