

問題は4まで.

## 1 動的計画法 I

二つの文字列  $X = \{A, B, B, A, B, A\}$ ,  $Y = \{A, B, A, B, A\}$  が存在する.

問 1-1 図 1 で示す形式の表を完成させることにより, 二つの文字列の最長共通部分列 (LCS) の長さを求めよ.

問 1-2 最長共通部分列を示せ.

	j	0	1	2	3	4	5
i	$y_j$						
0	$x_i$						
1							
2							
3							
4							
5							
6							

図 1: 動的計画法で用いる表

## 2 動的計画法 II

図2に示す、価値と重さを持つ商品が存在する。価値、重さは共に整数値である。合計で重さ8までの商品を入れられるナップザックに、価値の和を最大化するような商品の組合せを求めたい。

id	1	2	3	4	5
weight	2	2	1	3	3
value	4	5	2	8	6

図 2: 商品の重さと価値

**問 2-1** idが1から*i*までの商品のみを対象に、重さの上限が*w*のナップザックに詰められる商品の価値の和の最大値を  $C[i][w]$  とする。動的計画法を用いて  $C[i][w]$  を求める際に利用可能な漸化式を示せ。

**問 2-2** 上記の漸化式において、部分問題最適性が成立することを示せ。

**問 2-3** 重さの上限が8のナップザックに入れられる商品の価値の和の最大値を求めよ。

## 3 貪欲法

- 7個のタスクが存在する。
- 各タスクは、処理を始めれば、一単位時間で終了する。
- 2つ以上のタスクを同時に処理することはできない。
- 各タスクには、その時刻までに終了しなければならない締切時刻と、締切までに終了しなかった場合の罰金が定義される (図3)。

**問 3-1** 罰金の総額を最小化するスケジュールを求める問題を、貪欲法により解く方法を考える。貪欲法を用いる場合に、どのような順序でタスクを選べばよいかを示せ。

**問 3-2** 罰金の総額を最小化するスケジュールを示せ (処理するタスクとその順序を示せばよい)。

id	1	2	3	4	5	6	7
締切	4	2	4	3	1	4	6
罰金	70	60	50	40	30	20	10

図 3: タスクの締切と罰金

## 4 ならし解析

以下の方法で表  $T$  を管理する.

- Table-Insert と, Table-Delete の二つの操作がサポートされる.
- 初期状態では表  $T$  のサイズは 1.
- 表  $T$  中の要素数  $T.num$  を表のサイズ  $T.size$  で割ったものを占有率  $\alpha$  と呼ぶ.
- 占有率  $\alpha = 1$ , すなわち表がすべて埋まっていて, Table-Insert を行う場合, 表を拡大し, 二倍のスペースにコピーする ( $T.size$  が二倍になる).
- 占有率  $\alpha < 1/4$  となった場合, 表を縮小し, 半分のスペースにコピーする ( $T.size$  が半分になる).

問 4-1 ならし解析を行うための適切なポテンシャル関数  $\phi(T)$  を定義せよ.

問 4-2 上記のポテンシャル関数を用いて, Table-Delete のならしコストを求めよ.