2017 年 データ構造とアルゴリズム 前半まとめテスト 模範解答

1　関数のオーダ

問 1

増加のオーダーの小さい順に並べると以下の通り.
$\lg n,\ \sqrt{n},\ \lg(n!),\ n^{10},\ 2^n,\ n!,\ 2^{(2^n)}$

2　ソーティングアルゴリズムの計算量

問 2

正しい選択肢は「1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11」である.（順不同）

3　漸化式

問 3

$T(n) \leq c \cdot n \lg n$ が成立すると仮定する.
このとき $T(n+1) \leq c \cdot (n+1) \lg(n+1)$ を示せばよい.

$$\begin{aligned}
T(n+1) &= T(n) + \lg(n+1) \\
&\leq c \cdot n \lg n + \lg(n+1) \\
&\leq c \cdot n \lg(n+1) + \lg(n+1) \\
&\leq c \cdot n \lg(n+1) + c \lg(n+1) \leftarrow (\text{if } c \geq 1) \\
&= c \cdot (n+1) \lg(n+1)
\end{aligned}$$

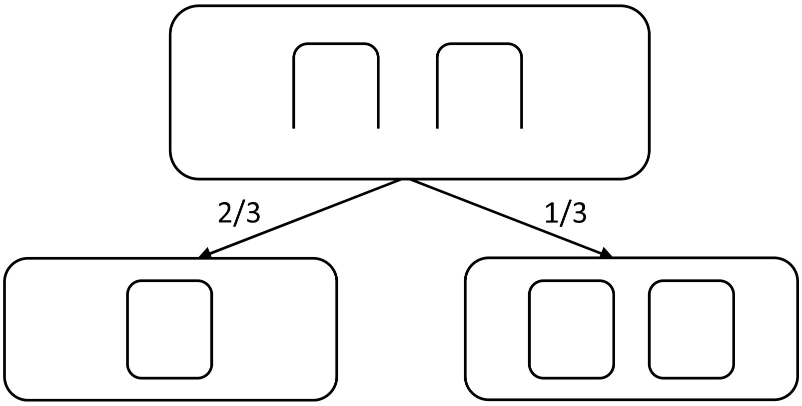
したがって，$T(n) = O(n \lg n)$ が示された.

4　確率

ロープの端が n 個あるとき，m 個の輪ができる確率を $P(n, m)$ とする．

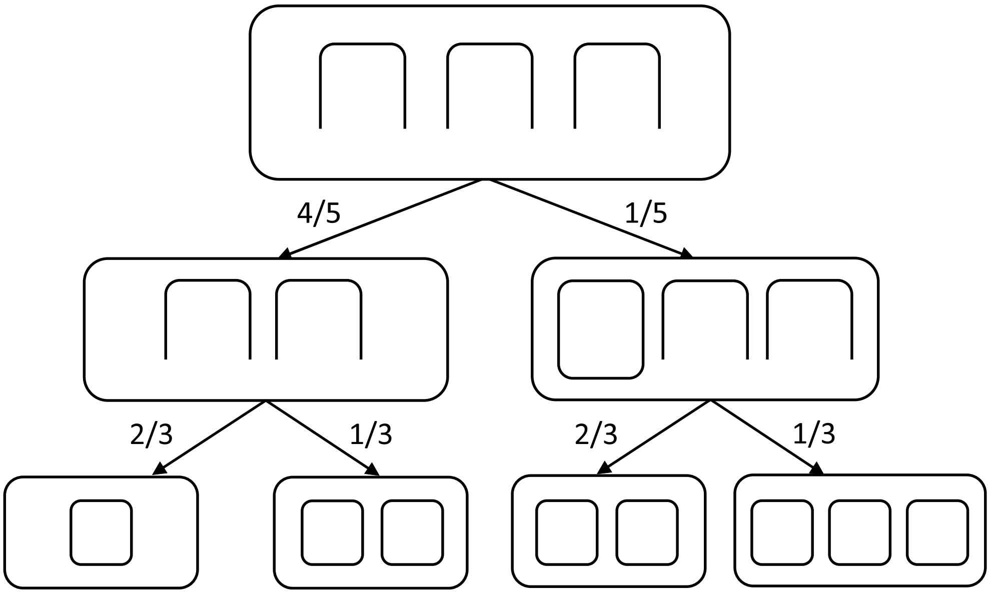
問 4-1

$P(4, 1) = 2/3$
$P(4, 2) = 1/3$
したがって，1 つの輪ができる確率は 2/3，2 つの輪ができる確率は 1/3.



問 4-2

$P(6,3) = 1/5 \cdot P(4,2) = 1/5 \cdot 1/3 = 1/15$
$P(6,2) = 4/5 \cdot P(4,2) + 1/5 \cdot P(4,1) = 4/5 \cdot 1/3 + 1/5 \cdot 2/3 = 6/15$
$P(6,1) = 4/5 \cdot P(4,1) = 4/5 \cdot 2/3 = 8/15$
したがって，1 つの輪ができる確率は 8/15，2 つの輪ができる確率は 6/15，3 つの輪ができる確率は 1/15.



問 4-3

$P(8,1) = 6/7 \cdot P(6,1) = 6/7 \cdot 8/15 = 48/105$

$P(6,2) = 6/7 \cdot P(6,2) + 1/7 \cdot P(6,1) = 6/7 \cdot 6/15 + 1/7 \cdot 8/15 = 44/105$

したがって相性が最高となる確率は，

$P(8,1) + P(8,2) = 48/105 + 44/105 = 92/105$