2017年 データ構造とアルゴリズム 小テスト (第一回) 模範解答

1　アルゴリズム設計

問 1-1

アルゴリズムを以下に示す．

STEP1 $NumMerge = 0$ とする．

STEP2 A, B を読み取り機械に入れてそれぞれのデータを $2^{NumMerge}$ 個ごとに区切ってソートしていく．それぞれ $2^{NumMerge}$ 個のデータを読み取るまで 1 つずつデータを読み取って比較し，小さいほうのデータを C に書き込む（C が排出されたら続きを D に書き込む）．一方のテープから $2^{NumMerge}$ 個読み取ったら他方のテープから $2^{NumMerge}$ 個になるまでデータを読み取り C に書き込む．次の $2^{NumMerge}$ 個ずつのデータについても同じ操作を行う．これをテープ A, B が排出されるまで行う．

STEP3 $NumMerge = NumMerge + 1$ とする．

STEP4 $NumMerge = 7$ なら操作を終了する．そうでないなら A と C，B と D の役割をそれぞれ入れ替えて STEP2 に戻る．

問 1-2

$NumMerge = 7$ のとき操作を終了する．つまり STEP2 の操作を 7 回行うことになるが，1 回の操作で各テープはちょうど 1 回セットされる．したがって A がセットされる回数は 7 回．

2　川渡りパズル

問 2

グラフを図 1 に示す．図 1 より最短経路は 11 である．

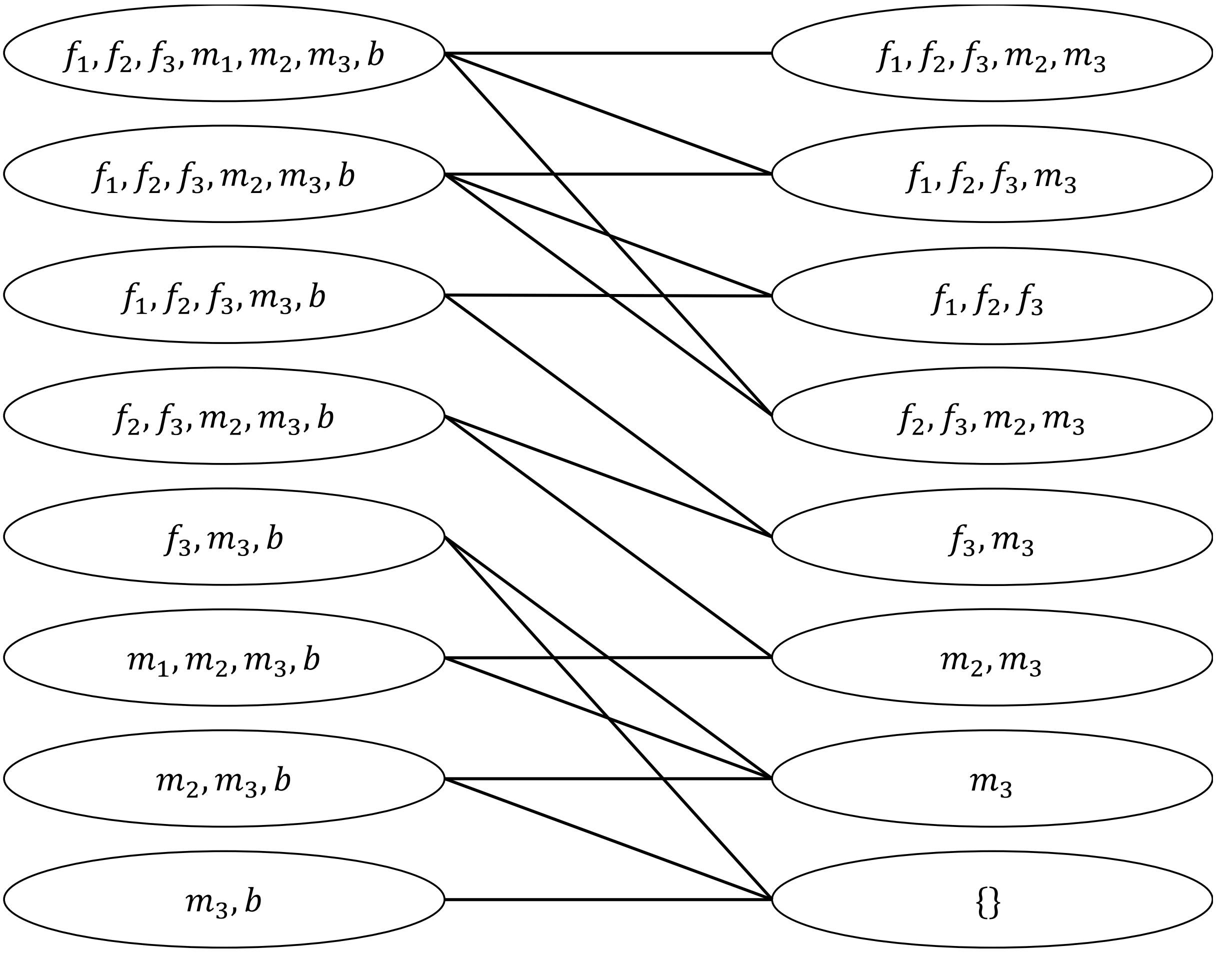

図 1　状態のグラフ

3　部屋の割当

問 3-1

この割当方法をとった場合，各学生にとって正直が最良の策となる．

学生 s_i が k 回目のステップ (2-3 の処理の繰り返し) で割当が決定したとする．このとき，$k-1$ 回目の各ステップにおいてサイクルが形成されてある学生の割当が決定するが，s_i がどこを指差したとしても $k-1$ 回目までに形成されたサイクルには影響を及ぼさない．したがって，嘘の申告をしたとしても，正直な申告によって得られる割当よりも好ましい割当を得ることはできない．

問 3-2

この割当方法をとった場合，得られる割当はパレート効率的である．

この割当方法の任意のステップ k で割り当てられていた学生を，より優先順位の高い学校に割り当てるためにはステップ k 以前に割当が決定した別の学生をより優先順位の低い学校に割り当てなければならない．

（この割当方法による割当を P とし，割当 P では学生 s は k 回目のステップで r に割当が決定したとする．s が r よりも優先順位の高い部屋 r' に割り当てられる新しい割当 P' を考える．P を得た割当方法では，r は k 回目のステップにおいて残っている部屋の中で s にとって最も優先順位の高い部屋である．したがって，r' はあるステップ $k'(k' < k)$ で別の学生 s' に割り当てられた部屋ということになる．これは P を得た割当方法では，ステップ k' において残っている部屋の中で r' は s' にとって最も優先順位の高い部屋であることを意味し，割当 P' では s' は r' ではない部屋に割り当てられる．このように議論を繰り返すと，必ず P' において P で得られた部屋よりも低い優先順位の部屋に割り当てられる学生が存在する．）

問 3-3

パレート効率性と非羨望性は互いに独立関係にあり，どちらかがどちらかを包含する関係にはない．

（どの学生にも部屋を割り当てないという割当は，非羨望性を満たすが，ほとんどの場合パレート効率的ではない．学生に順序を決めて順に好きな部屋を取っていく割当は，パレート効率的であるが，ほとんどの場合非羨望性を満たさない．また，全員が第一希望の部屋を得る割当は，パレート効率性と非羨望性をどちらも満たす割当である．）