

チュートリアル：マッチング

横尾 真

九州大学大学院システム情報科学研究院
主幹教授

2015年9月8日

- 1 インTRODクシヨン
- 2 基本モデル
- 3 地域上限
- 4 個別下限
- 5 統一的枠組
- 6 まとめ

1 / 52

2 / 52

アウトライン

- 1 インTRODクシヨン
- 2 基本モデル
- 3 地域上限
- 4 個別下限
- 5 統一的枠組
- 6 まとめ

3 / 52

マッチングとは?

- 学生／児童 ↔ 研究室／学校，労働者 ↔ 企業，研修医 ↔ 病院等の望ましい組合せを求める問題
- 2012年ノーベル経済学賞：ロイド・シャプレー & アルビン・ロス，マーケットデザインおよびマッチングに関する理論
- 理論的に優れたメカニズムとして Deferred Acceptance (DA) メカニズム (Gale and Shapley, 1962) がよく知られている



4 / 52

マッチング研究を始めた経緯 (I)

- メカニズムデザインの一分野として，DAメカニズム等の一応の知識はあったものの，自分で研究するとは思っていなかった
- Gale & Shapley の論文は1962年 (横尾が生まれた年!)
- 今頃になって，何か大事な研究テーマが残っているという気がしなかった

5 / 52

マッチング研究を始めた経緯 (II)

- 九州大学電気情報工学科での卒業研究配属 (2011年度) を担当
- 従来方式は第一希望優先方式 (いわゆるポストン方式)
- 学生側は自身の希望する研究室を第1希望から第 k 希望まで申告
- 全学生の第1希望において定員を満たすまで成績順に配属
- 配属されていない学生と定員の残る研究室で次の希望順位について同様に繰り返す

6 / 52

従来方式の問題点

- 学生同士の読みあい
- 自分より成績の良い学生の希望順位に応じて、自分の希望順位を変更
- 読みを間違えると、望ましくない結果になる
- 例：学生1の希望はA研究室、しかし、自分の成績だと第一希望で通る自信がもてず、B研究室を第一希望にした。しかし、蓋を開けてみると難関のA研究室は多くの学生が敬遠し、自分より成績が低い学生2が配属された。
- 学生1にとっても、A研究室にとっても望ましくない

7 / 52

マッチング研究を始めた経緯 (III)

- せつくなので理論的に優れた性質を持つDAで実施したいと教授会で提案して承認された
- 教授会で新しい提案が通ることは稀であるが、以下の事情が存在
- 従来は定員は教授3, 准教授2で固定、しかし、留年等が多くて学生が足りず、教授2, 准教授1を最低保証として、学生の希望が多ければ追加することに変更
- この変更にともない、従来方式だと学生の読み合いが複雑化して絶望的

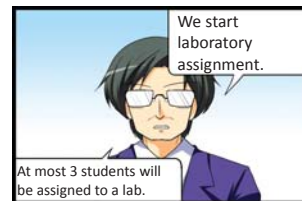
8 / 52

マッチング研究を始めた経緯 (IV)

- 当初は、単にDAを使えば良いと思っていた
- しかし、各教員の最小配属人数を保証する必要あり (教授2, 准教授1)
- これぐらいは既存研究で当然やられているだろうと思ってプロフェッショナルに相談 (阪大 安田先生, スタンフォード 小島先生)
- ところが、この問題は難しく解けない (正確には理論的に望ましい性質を満たすメカニズムはない) と言われて愕然とする (もう教授会で、DAでできると言ってしまった…)

9 / 52

The Melancholy of Prof. Y (Part I)



Prof. Y	0
---------	---



10 / 52

マッチング研究を始めた経緯 (V)

- 電気情報工学科での配属は共通の成績ベース (マスターリスト), 研究室個別の優先順位は用いない
- この場合、最低配属人数 (下限制約) を満たす方法が、なんとか作れた (serial dictatorship メカニズムの一種)

11 / 52

The Melancholy of Prof. Y (Part II)



...	3	[Alice]
...	1	[Becky]
Prof. Y	2	[Carol]
...	1	[Alice]

ML



12 / 52

- さらに工夫すると、マスターリストを全く用いないメカニズムも実現可能
- 実は、マッチングの結果に何らかの制約がある問題に関しては、色々な課題が残っている!
- ビギナーズラックで、良い課題に当たった感じ

1 イントロダクション

2 基本モデル

3 地域上限

4 個別下限

5 統一の枠組

6 まとめ

基本モデル

DA メカニズム (Deferred Acceptance, Gale and Shapley (1962))

- 学生の集合: $S = \{s_1, \dots, s_n\}$
- 学校の集合: $C = \{c_1, \dots, c_m\}$
- \succ_s : 学生 s の C に対する厳密な選好順序
- \succ_c : 学校 c の S に対する厳密な優先順位
- 簡単のため、学生/学校の双方にとって、すべての学校/学生は許容可能であることを仮定
- q_c : 学校 c の上限値 (定員)
- μ : あるマッチング, $\mu(c)$ は c に割り当てられる学生の集合を, $\mu(s)$ は s の割り当てられている学校を示す
- すべての $c \in C$ に関して $|\mu(c)| \leq q_c$ が成立する場合に, μ は実現可能 (feasible) であるという

■ 第 k ステップ:

- 各学生は、まだリジェクトされていない学校中で、最も希望順位が高い学校にアプライする。
- 各学校は、アプライしている学生を定員枠の範囲で、自身の選好順に上位から仮マッチとする (この時点ではあくまで仮マッチであることを注意)。
- 定員枠を超えた学生はリジェクトする。
- リジェクトされた学生は、それぞれ次の希望順位の学校にアプライする。各学校は、前のステップで仮マッチとなった学生と、新しくアプライしてきた学生を一切区別せず、選好順に上から仮マッチとする。以下、すべての学生が仮マッチとなった時点で、仮マッチを正式配属結果とする。

DA メカニズムの適用例

DA メカニズムの性質

s_1	c_1	c_2	c_3
s_2	c_1	c_3	c_2
s_3	c_2	c_1	c_3
s_4	c_1	c_3	c_2
s_5	c_3	c_2	c_1

c_1	$q_{c_1} = 2$	s_1	s_3	s_2	s_4	s_5
c_2	$q_{c_2} = 2$	s_3	s_2	s_5	s_1	s_4
c_3	$q_{c_3} = 1$	s_1	s_4	s_5	s_2	s_3

- 戦略的操作不可能性: 学生にとって、正直に自分の希望を提出するのが最適!
 - 希望順位をいじっても一切得をすることがない
 - 「本当はこの学校に行きたいが、自分の成績ではちょっと難しいかも?」という場合でも、希望して後で不利になることはない
 - 学校側の戦略的操作不可能性は不成立
- 妥当な不満を持つ学生が存在しない
 - 学生 s は、自分が行きたくて配属されなかった学校 c に、 c の優先順位で自分よりも下位の学生 s' が配属されている場合に、妥当な不満を持つ
- 空きシートを要求する学生が存在しない
 - 学生 s は、自分が行きたくて配属されなかった学校 c が、定員上限まで埋まっていない場合に、 c の空きシートを要求する

- 妥当な不満を持つ学生が存在しない + 空きシートを要求する学生がいらない = メカニズムの結果が安定
- 上記の性質を見たすマッチング中で、学生にとって最適なマッチングが得られる：すべての学生が、上記の性質を満たすマッチング中で、DA メカニズムの結果が (同点も含めて) 最も良いと思っている
- しかしながら、DA メカニズムは地域上限や個別下限を満足できない

- 1 イントロダクション
- 2 基本モデル
- 3 地域上限
- 4 個別下限
- 5 統一の枠組
- 6 まとめ

モデル：地域上限 (Kamada and Kojima, 2015)

空きシートの要求 (地域上限が存在する場合)

- 学生の集合: $S = \{s_1, \dots, s_n\}$
- 学校の集合: $C = \{c_1, \dots, c_m\}$
- 地域の集合: $R = \{r_1, r_2, \dots\}$, 地域 r は学校の部分集合で互いに素
- 各学校の個別上限 q_c , 各地域の上限 q_r が与えられる
- 目的: 日本の研修医マッチングに使いたい (東京等の大都市圏の研修医の数を抑えることにより, 地方/過疎地に一定数の研修医が配属されるようにする)
- 現状は地域上限を満たすように, 個別の上限を人工的に小さくする (東京の定員が 100 人, 病院が 10 なら, 各病院の定員を 10 人に抑える) 方法 (Artificial Cap, AC-DA) が用いられているが柔軟性に欠ける

- 学生 s は, $\mu(s)$ よりも c を選好し, $|\mu(c)| < q_c$ かつ c が属する地域 r に関して $\sum_{c' \in r} |\mu(c')| = |\mu(r)| < q_r$ である時, c の空きシートを要求するという
- 学生 s は, $\mu(s)$ よりも c を選好し, $|\mu(c)| < q_c$, かつ c と $\mu(s)$ が同じ地域 r に属し, $|\mu(r)| = q_r$ である時, c の空きシートを地域的に要求するという

地域上限の影響

Flexible DA メカニズム (Kamada and Kojima, 2015)

- 安定な (妥当な不満を持つ学生, および地域的にも含めて空きシートを要求する学生を持たない) マッチングが存在しない場合がある

- DA の各ステップ内で以下を実行
- 地域内の学校間に, 選択の順序 ($c_1 \rightarrow c_2 \rightarrow c_1 \rightarrow \dots$) が与えられる.
- この順序に従って, 個別の上限および地域内の上限に違反しない限り, 各学校は, アプライしている学生から, 最も自分の優先順位で上位の学生を一人仮マッチにできる. そうでなければアプライしている学生をリジェクト. 上記の処理を, 地域内の学校にアプライしている学生がすべて仮マッチ, もしくはリジェクトとなるまで繰り返す.

$$q_{\{c_1, c_2\}} = 1$$

s_1	c_1	c_2
s_2	c_2	c_1

c_1	$q_{c_1} = 1$	s_2	s_1
c_2	$q_{c_2} = 1$	s_1	s_2

s_1	c_1	c_3	c_2
s_2	c_1	c_3	c_2
s_3	c_2	c_1	c_3
s_4	c_2	c_1	c_3
s_5	c_2	c_1	c_3

$$q_{\{c_1, c_2\}} = 4, c_1 \rightarrow c_2 \rightarrow c_1 \dots$$

c_1	s_2	s_3	s_5	s_1	s_4
c_2	s_5	s_4	s_1	s_2	s_3
c_3	s_2	s_3	s_1	s_4	s_5

- (学生にとって) 戦略的操作不可能
- 妥当な不満を持つ学生は存在しない
- 空きシートを要求する学生は存在しないが、空きシートを地域的に要求する学生が生じる可能性がある
- AC-DA よりも柔軟に割り当て人数を調整可能 (人気の高い学校に、より多くの学生が割り当てられる)

25 / 52

26 / 52

アウトライン

モデル：個別下限 (Fragiadakis et al., 2015)

- 1 インTRODクシヨン
- 2 基本モデル
- 3 地域上限
- 4 個別下限
- 5 統一的枠組
- 6 まとめ

- 各学校 c に関して、個別の下限 p_c が与えられる
- 個別の下限の合計 $\sum_{c \in C} p_c$ は学生の総数 n 以下
- μ はすべての c に関して、 $p_c \leq |\mu(c)| \leq q_c$ が成立する場合に実現可能
- 学生 s は、 $c = \mu(s)$ よりも c' を選好し、 $|\mu(c')| < q_{c'}$ かつ $|\mu(c)| > p_c$ である時、 c' の空きシートを要求するという

27 / 52

28 / 52

下限制約

下限制約の影響

- 様々な現実の問題で下限制約を満たすことは重要 (過疎地の病院に一定数の研修医が配属されること、各研究室に最低一名の学生が配属されること等を保証)
- 我々のグループの研究 (Ueda, Fragiadakis, Iwasaki, Troyan, & Yokoo, 2012) で、世界で初めて DA メカニズムをベースに下限制約を満足する戦略的操作不可能なメカニズムを提案
 - Extended-seat DA: 妥当な不満を持つ学生が存在しない
 - Multi-stage DA: 空きシートを要求する学生は存在しない
- 地域下限制約が存在する場合にも対応可能 (Goto et al., 2014)

- 安定な (妥当な不満を持つ学生、および空きシートを要求する学生を持たない) マッチングが存在しない場合がある

s_1	c_2	c_3	c_1
s_2	c_3	c_2	c_1

c_1	$p_{c_1} = 1$	$q_{c_1} = 1$	s_2	s_1
c_2	$p_{c_2} = 0$	$q_{c_2} = 1$	s_2	s_1
c_3	$p_{c_3} = 0$	$q_{c_3} = 1$	s_1	s_2

29 / 52

30 / 52

- 学校を通常枠の学校 c (定員は下限) と拡張枠の学校 c^* (定員は上限 - 下限) に分ける
- 拡張枠全体が一つの地域に属しているとして Flexible DA を適用
- 拡張枠の地域上限を, 下限が満たされるように設定
- 例: 3つの学校, 各学校の下限 $p_c = 1$, 学生数 $n = 5$ の場合, 通常枠の定員 1, 拡張枠全体の地域上限 $5 - 3 = 2$

s_1	c_1	c_1^*	c_3	c_3^*	c_2	c_2^*
s_2	c_1	c_1^*	c_3	c_3^*	c_2	c_2^*
s_3	c_2	c_2^*	c_3	c_3^*	c_1	c_1^*
s_4	c_2	c_2^*	c_3	c_3^*	c_1	c_1^*
s_5	c_2	c_2^*	c_3	c_3^*	c_1	c_1^*

c_1	s_2	s_1	s_3	s_4	s_5
c_2	s_5	s_4	s_3	s_2	s_4
c_3	s_3	s_1	s_2	s_4	s_5

c_1^*	s_2	s_1	s_3	s_4	s_5
c_2^*	s_5	s_4	s_3	s_2	s_4
c_3^*	s_3	s_1	s_2	s_4	s_5

- 下限制約を必ず満たす
- 学生にとって戦略的操作不可能
- 妥当な不満を持つ学生は存在しない
- 空きシートを要求する学生が存在しないことは保証できない

- 1 インTRODクシヨン
- 2 基本モデル
- 3 地域上限
- 4 個別下限
- 5 統一的枠組
- 6 まとめ

- DA メカニズムのバリエーションで対応可能な問題/制約のクラスは?
- 契約ベースのモデルで考察
- 以下, 離散凸解析で用いられる概念であるマトロイドと, 学校側の制約条件を満たす契約集合との関係を議論 (Kojima, Tamura, & Yokoo, 2014).

- A set of doctors $D = \{d_1, \dots, d_n\}$
- A set of hospitals $H = \{h_1, \dots, h_m\}$.
- A set of contracts X . A contract can contain some additional information besides the doctor and the hospital (e.g., wages, working hours).
- \succ_d : a strict preference ordering of doctor d over X_d .
- Distributional constraints and hospital preferences are aggregated into a preference of a representative agent (the hospitals H).
- The preference of H is represented as a function $f : 2^X \rightarrow \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$.
- If $X' \subseteq X$ is not hospital-feasible (i.e., it violates some distributional constraint), $f(X') = -\infty$, and it is normalized by $f(\emptyset) = 0$.

- From X' , $Ch_d(X')$ chooses $\{(d, h)\}$, where (d, h) is d 's most preferred contract in X' (or \emptyset if no contract is acceptable).
- $Ch_D(X') = \bigcup_{d \in D} Ch_d(X')$.
- $Ch_H(X')$ is given as $\arg \max_{X'' \subseteq X'} f(X'')$.

- 1 $Re \leftarrow \emptyset$.
- 2 $X' \leftarrow Ch_D(X \setminus Re), X'' \leftarrow Ch_H(X')$.
- 3 If $X' = X''$ then return X' , otherwise, $Re \leftarrow Re \cup (X' \setminus X'')$, go to 2.
 - Re : rejected set, which represents a set of contracts that are proposed by doctors and rejected by hospitals. Doctors are not allowed to propose a contract in Re .
 - Initially, Re is empty.
 - Thus, doctors can choose their most preferred contracts and propose to hospitals. This set is X' .
 - Then, hospitals choose the most preferred subset X'' from X' .
 - If no contract is rejected, the mechanism terminates.
 - Otherwise, the rejected contracts are added to Re , and the mechanism repeats the same procedure.

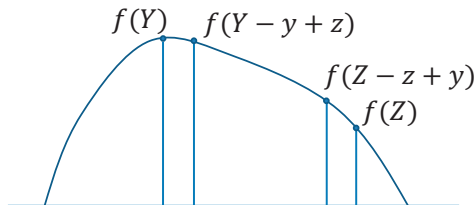
Notation: $X' + x := X' \cup \{x\}$ and $X' - x := X' \setminus \{x\}$. In particular, if $x = \emptyset$, $X' + x = X' - x = X'$.

Definition (Hatfield-Milgrom (HM)-stability)

We say a matching X' is HM-stable if $X' = Ch_H(X') = Ch_D(X')$ holds, and there exists no $x \in X \setminus X'$ such that $x \in Ch_H(X' + x)$ and $x \in Ch_D(X' - x)$ hold.

Definition (M^{\natural} -concavity)

We say that f is M^{\natural} -concave when for all $Y, Z \subseteq X$, for all $y \in Y \setminus Z$, there exists $z \in Z \setminus Y \cup \{\emptyset\}$ such that $f(Y) + f(Z) \leq f(Y - y + z) + f(Z - z + y)$ holds.



Theorem

The time complexity of the generalized DA mechanism is $O(|X|^3)$, assuming f can be calculated in constant time.

Theorem

The generalized DA mechanism is strategyproof for doctors. Also, it always produces an HM-stable matching, and the obtained matching is doctor-optimal among all HM-stable matchings.

Question: when/how f can be M^{\natural} -concave? How can we aggregate ordinal preferences of hospitals, stability requirements, and distributional constraints into f ?

- WLOG, we assume f is represented by $f(X') = \tilde{f}(X') + \hat{f}(X')$:
 - \tilde{f} represents hard distributional constraints; it returns 0 when X' is hospital-feasible, and otherwise, $-\infty$.
 - \hat{f} represents soft preference over hospital-feasible contracts; it returns a bounded non-negative value.
- Let $F = \{X' \subseteq X \mid \tilde{f}(X') \neq -\infty\}$, i.e., F is a family of hospital-feasible contracts.

Theorem

If f is M^{\natural} -concave and $f(\emptyset) = 0$, then (X, F) is a **matroid**.

Hard distributional constraints are required to constitute a matroid to make f M^{\natural} -concave.

マトロイドとは、行列 (マトリックス) のようなものという意味

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathcal{F} = \left\{ \emptyset, \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \dots \right\}$$

行列 A の列ベクトルの集合を X , さらに, \mathcal{F} を, X の部分集合で, 要素が線形独立なもの族 (集合の集合) とすると, 以下の3つの性質が成立する

- 1 $\emptyset \in \mathcal{F}$,
- 2 $X' \in \mathcal{F}$ かつ $X'' \subset X'$ ならば, $X'' \in \mathcal{F}$,
- 3 $X', X'' \in \mathcal{F}$ かつ $|X'| > |X''|$ ならば, $X'' \cup \{x\} \in \mathcal{F}$ となる $x \in X' \setminus X''$ が存在する.

マトロイド (定義)

Definition (マトロイド)

有限集合 X および X の部分集合族 \mathcal{F} が以下の3つの条件を満たすときに (X, \mathcal{F}) をマトロイドと呼ぶ

- 1 $\emptyset \in \mathcal{F}$,
- 2 $X' \in \mathcal{F}$ かつ $X'' \subset X'$ ならば, $X'' \in \mathcal{F}$,
- 3 $X', X'' \in \mathcal{F}$ かつ $|X'| > |X''|$ ならば, $X'' \cup \{x\} \in \mathcal{F}$ となる $x \in X' \setminus X''$ が存在する.

- マトロイドは計算機科学の様々な場面で頻出
- 貪欲法で最適解が得られる多くの問題はマトロイド構造を持っている (最小コスト被覆木, 最大流量)

43 / 52

マトロイドの例

Example (一様マトロイド)

非負の整数 k , 有限集合 X に関して, $\mathcal{F} = \{X' \mid X' \subseteq X, |X'| \leq k\}$ となる (X, \mathcal{F}) はマトロイド

Example (直和)

$(X_1, \mathcal{F}_1), \dots, (X_k, \mathcal{F}_k)$ のそれぞれがマトロイドで, X_i が互いに素である場合, その直和 (X, \mathcal{F}) , すなわち $X = \bigcup_{1 \leq i \leq k} X_i$, $\mathcal{F} = \{X' \mid X' = \bigcup_{1 \leq i \leq k} X'_i, \text{ where } X'_i \in \mathcal{F}_i\}$ はマトロイド

Example (打ち切り)

(X, \mathcal{F}) がマトロイドである場合, 非負の整数 k に関して, マトロイドの k -打ち切り $(X, \tilde{\mathcal{F}})$, すなわち $\tilde{\mathcal{F}} = \{X' \in \mathcal{F} \mid |X'| \leq k\}$ はマトロイド

44 / 52

マトロイド条件のチェック

Hard distributional constraints (\tilde{f}) are required to constitute a matroid to make $f = \tilde{f} + \hat{f}$ $M^{\hat{f}}$ -concave.

- Checking matroid conditions 1 and 2 is trivial, checking 3 is not too difficult.
 - 1 $\emptyset \in F$.
 - 2 If $X' \in F$ and $X'' \subset X'$, then $X'' \in F$ holds.
 - 3 If $X', X'' \in F$ and $|X'| > |X''|$, then there exists $x \in X' \setminus X''$ such that $X'' + x \in F$.
- Also, there exists a vast literature on matroid theory; it is usually sufficient to show that the hard distributional constraints can be mapped into existing results (no need for reinventing the wheel).

Question: what kind of conditions \hat{f} should satisfy to make $f = \tilde{f} + \hat{f}$ $M^{\hat{f}}$ -concave, given that hard distributional constraints (\tilde{f}) constitute a matroid?

45 / 52

ソフト制約に関する条件

Theorem (sum of weights)

Suppose (X, F) , where F is a family of hospital-feasible contracts, is a matroid and $\hat{f}(X')$ is given as $\sum_{x \in X'} w(x)$, where each weight is positive and unique. Then, $f = \tilde{f} + \hat{f}$ is $M^{\hat{f}}$ -concave.

If there exists a total preference ordering \succ_H over X , e.g., $x_1 \succ_H x_2 \succ_H x_3 \succ_H \dots$, such a preference can be represented using $w(\cdot)$ such that $w(x) > w(x')$ holds when $x \succ_H x'$. Several other alternative conditions are presented in (Kojima, Tamura, & Yokoo, 2014).

46 / 52

メカニズムの構成方法

Suppose you have a matching problem with constraints, and initial ideas on hard distributional constraints and stability requirements.

- 1 Check whether (X, F) , where F is a family of hospital-feasible contracts, is a matroid. If not, modify distributional constraints so that (X, F) becomes a matroid.
- 2 Compose \hat{f} , which reflects stability, such that it satisfies one of the sufficient conditions described in this paper.
 - Modify the stability definition as necessary, by adding more desirable properties, relaxing too demanding requirements, or simply introducing tie-breaking.

Now, your jobs are done; the off-the-shelf mechanism does the rest.

47 / 52

マトロイドと制約条件

基本モデル

- $X' \in \mathcal{F}$ if $|X'_c| \leq q_c$ for all c
- (X, \mathcal{F}) はマトロイド
- 各学校に関して (X_c, \mathcal{F}_c) , where $\mathcal{F}_c = \{X' \subseteq X_c \mid |X'| \leq q_c\}$ は一様マトロイドであり, (X, \mathcal{F}) は, 各学校に関するマトロイドの直和

地域上限 (Kamada and Kojima, 2015):

- $X' \in \mathcal{F}$, 各地域 r に関して $|X'_r| \leq q_r$ が成立 ($X'_r = \bigcup_{c \in r} X'_c$)
- (X, \mathcal{F}) は以下のように構成できるため, マトロイドとなる
 - 1 地域 r の各学校 $c \in r$ の一様マトロイドの直和を得る
 - 2 1 で求めたマトロイドの q_r -打ち切りを得る
 - 3 2 で求めたマトロイドの直和を得る

48 / 52

- 1 インTRODクシヨン
- 2 基本モデル
- 3 地域上限
- 4 個別下限
- 5 統一的枠組
- 6 まとめ

- マッチングの結果に個別の下限や地域の上限等の制約が課せられる制約付きマッチングに関して概説
- マッチングメカニズムに関する研究は長い歴史を持っているが、マッチングに対して様々な制約条件が課せられる場合に関しては、未解決の課題は多い
- 実際にメカニズムを設計した例は少ない
- 計算量も気にする必要があり、アルゴリズム設計のセンスが有用
- 経済学／ゲーム理論と、計算機科学／離散数学とのコラボレーションが必要!

経済学／ゲーム理論と計算機科学の コラボレーション (I)

科研費基盤研究Sのプロジェクトが進行中

- 課題名：持続可能な発展のための資源配分メカニズム設計理論の確立，H24年度～28年度（5年間），研究代表者：横尾
- プロジェクトの特徴：計算機科学とミクロ経済学の文理融合型の研究，ミクロ経済学分野の日本を代表する研究者が参加
- ミクロ経済学分野より，シニアメンバとして神取先生（東大），船木先生（早稲田），計算機科学分野より田村先生（慶應，離散凸解析の第一人者）
- 若手のメンバとして安田先生（阪大），尾山先生（東大），坂井先生（慶應）他



経済学／ゲーム理論と計算機科学の コラボレーション (II)

- 計算機科学者は（少なくとも研究室の学生は）開発者の立場でコンピュータが使える：色々なツールを使いこなし，必要があればカスタマイズし，自前でプログラムも書ける
- 経済学／ゲーム理論で得られたメカニズムを実証する，計算量等の実現可能性を考慮した新しいメカニズムや均衡を設計／探索する等の場面で，コラボレーションが有効
- 人工知能研究者は何でも屋，新しい領域を苦しめない
→ 経済学／ゲーム理論と，計算機科学の橋渡し？



Fragiadakis, D., Iwasaki, A., Troyan, P., Ueda, S., Yokoo, M.: Strategyproof matching with minimum quotas. ACM Transactions on Economics and Computation (2015), forthcoming (an extended abstract in AAMAS, pages 1327–1328, 2012)

Gale, D., Shapley, L.S.: College admissions and the stability of marriage. The American Mathematical Monthly 69(1), 9–15 (1962)

Goto, M., Hashimoto, N., Iwasaki, A., Kawasaki, Y., Ueda, S., Yasuda, Y., Yokoo, M.: Strategy-proof matching with regional minimum quotas. In: Thirteenth International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2014). pp. 1225–1232 (2014)

Kamada, Y., Kojima, F.: Efficient matching under distributional constraints: Theory and applications. American Economic Review 105(1), 67–99 (2015)

Kojima, F., Tamura, A., Yokoo, M.: Designing matching mechanisms under constraints: An approach from discrete convex analysis (2014), mimeo (the latest version is available at <http://mpr.ub.uni-muenchen.de/62226>)