マーケットデザインとは

- ゲーム理論その他の経済学で得られた知見を生かして現実のマーケット／経済制度の修正又は設計を行う研究分野
- マーケット／市場の意味するところは広汎（周波数オークション，学校選択制等）
- ロイド・シャプレイとアルビン・ロスは，マーケットデザイン／マッチング理論研究に関する成果に対して2012年ノーベル経済学賞を受賞

82

83

マーケットデザインと伝統的な経済学の比較

伝統的な経済学

- 制度は与えられていることが前提
- 理想化された市場（完全競争市場）が主な対象
- 見えざる手によって最適化され，需要と供給がマッチする

マーケットデザイン

- 新しい制度の設計，既存の制度の改善を目的とする
- 金銭のやり取りがない市場も対象とする（学校選択制，腎移植ネットワーク）
- 市場の失敗を避けるために適切な制度の設計が必要

84

代表的な実践例

オークション／入札

- 周波数オークション
- 企業の調達
- キーワード広告

金銭が介在する

マッチング

- 研修医マッチング
- 学校選択制
- 腎移植ネットワーク

金銭が介在しない

85

アウトライン（オークション）

- 基礎的な用語
- 単一財のオークションメカニズム（英国型，第一価格秘密入札，オランダ型，第二価格秘密入札）
- 複数財のオークション

86

オークション

- 通常は相手のタイプは不明
  - いくらまで出せると思っているか?
- 自分の評価値に関しても不確実性が存在する場合がある

87

財の価値

個人価値／共通価値／相関価値

- 個人価値：物の価値は人によって異なり，その人の価値観によってのみ決定される．
  - 自分で使う骨董品
- 共通価値：物の価値はすべての人で共通
  - 全員がこの共通価値を知っていればオークションを行なう必要はない．
  - 正しい値が不明で，買手が異なる推定値を持っている場合にオークションが必要
    - 鉱山の採掘権，ワールドカップの放映権
- 相関価値：これらの中間

88

参加者の性質

リスク中立型 ／ リスク回避型の入札者

- リスク中立型：期待値のみを考慮
  - コインを投げて，表なら100円，裏なら0円のクジと，確実に50円もらえることの価値が同じと思う
- リスク回避型：確実性を重視（少ない利益でも確実に勝つことを好む）
  - クジより確実に40円もらえる方が良いと思う

89

簡単化のための仮定

準線形 (quasi-linear) の効用

- 財を落札した場合の効用 (うれしさ)は，財の価値と支払額の差で与えられる．
  - 一万円の財を8000円で落札できれば効用は10000 − 8000 ＝ 2000円
  - 財が落札できなかった場合の効用は0

90

セント・ペテルスブルグの逆説

- 以下のようなクジを考える．
  - コインを投げる．
  - 表が出たら終わり．2円もらえる．
  - 裏が出たらならもう一回コインを投げる．
  - 表が出たら終わり，4円もらえる．
  - 裏が出たならもう一回コインを投げる．
  - 表が出たら終わり，8円もらえる．
  - 以下繰り返し，k回目に初めて表が出たら 2^k円もらえる
- このクジに参加するのに，いくらまでなら払っても良いか?

91

セント・ペテルスブルグのパラドックス

- なぜ期待値が無限大のクジに，10円払うのもいやなのか?
  - リスクに対する態度：人間はリスクを避けたいと思う -- 期待値が小さくても，確実な方を好む
    - 一億円確実にもらえるのと，コインを投げて表なら二億円，裏なら0円のクジの価値は同じ?
  - 金額が倍になっても，うれしさは倍にならない：二万円は一万円の倍うれしいが，二兆円は一兆円の倍ほどはうれしくない
  - このクジは現実には成立し得ない（地球全体の富の総額を超える賞金を約束している）

92

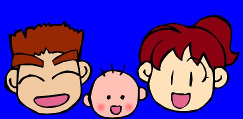
オークションメカニズムに望まれる性質

- 入札者にとって支配戦略（最適な戦略）があること
- メカニズムが不正行為に対して頑健であること
- 割当て結果がパレート効率的であること

93

パレート効率性 (通常の定義)

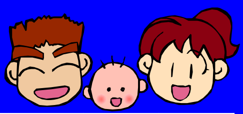
- いずれかの参加者の効用を犠牲にすることなしには，他の参加者の効用を向上することができない状態



×	映画	2	2	2
	デパート	2	2	5
	公園	2	3	1
×	家にいる	1	1	1

社会的余剰 (Social Surplus)

- 効用が準線形の場合，パレート効率的な状態では，参加者全員の効用の和 (社会的余剰) は最大化される．



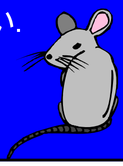
×	映画	**6**	2	2	2
	デパート	**9**	2	2 →**3**	5 →**4**
×	公園	**6**	2	3	1
×	家にいる	**3**	1	1	1

パレート効率性

- 売手も含めたすべての参加者の効用の総和 (社会的余剰) が最大化されること
  - パレート効率的な割当てでは，財は最も高い評価値を持つ買手に割り当てられる．
  - 例: $8000の買手が$7000で落札
    - この買手の効用: $8000 - $7000=$1000
    - 売手の効用: $7000
    - 社会的余剰: $8000

オークションメカニズムの設計

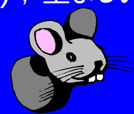
- メカニズムを設計することはゲームのルールを決めること．
- 個々の参加者の具体的な行動まではコントロールできない．
  - 正直に行動する／不正行為をしない等は強制できない．

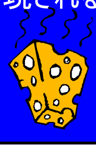


オークションメカニズムの設計

望ましい性質 (e.g., パレート効率性) を達成するには?

- 以下のようにルールが設定できれば良い．
  - 各参加者にとって支配戦略が存在する．
  - 全員が支配戦略を取った場合 (支配戦略均衡)，望ましい性質が実現される．





アウトライン（オークション）

- 基礎的な用語
- 単一財のオークションメカニズム（英国型，第一価格秘密入札，オランダ型，第二価格秘密入札）
- 複数財のオークション

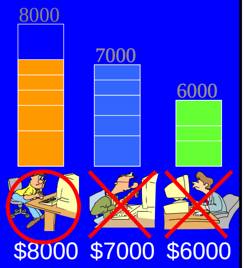
メカニズム：英国型

- メカニズム：入札者は自分の付け値を増やすことができる．だれも値の変更を望まなくなった時点で，最高値の入札者が落札
- 個人価値の場合の事後均衡となる戦略：自分の付け値が最高値で無い場合，現時点での最高値から少額だけ競り上げ続け，自分の評価値に達したら降りる
- 事後均衡（ex post equilibrium）：他者が（そのタイプに関わらず）均衡戦略を取る限り，自分も均衡戦略を取ることが最適（支配戦略均衡より弱く，ナッシュ均衡より強い）

100

メカニズム：英国型

- 事後均衡では，最も高い評価値を持つ人が，二番目に高い評価値＋少額で落札
- 結果はパレート効率的



101

メカニズム：Vickrey (第二価格秘密) 入札

- メカニズム：各入札者は他者の付け値を知らされずに入札する．最も高い付け値をつけた入札者が，二番目に高い付け値で落札
- 支配戦略 (個人価値の場合)：自分の評価値を入札するのが支配戦略 (正直が最良の策／誘因両立性)
- 結果はパレート効率的
- 英国型と得られる結果は同様

102

メカニズム：第一価格秘密入札

- メカニズム：各入札者は他者の付け値を知らされずに入札する．最も高い付け値をつけた入札者がその付け値で落札
- 支配戦略：一般には存在しない

103

準備：確率変数の基礎

- 確率変数 t：確率的に値を取る変数
- 例えば，3回コインを投げて，表がでる回数を表す確率変数 t を考える
- t=0の確率は1/8，t=1の確率は3/8，t=2の確率は3/8，t=3の確率は1/8
  - すべての可能性を足すと1
  - t の期待値は 0*1/8+1*3/8+2*3/8+3*1/8=12/8=1.5
  - t^2 の期待値は 0*1/8+1*3/8+4*3/8+9*1/8=24/8=3
- t が連続的な値を取る場合 (例えば0から1までの実数値)，t の取り得る値は無限個
- よって，t がある一点を取る確率 (t=0.5等) は無限に小さい
- 一方，t がある範囲にある確率 (例えばtが0.1から0.5まで) は求められる

104

確率変数の基礎

- 連続的な値を取る場合，t がx以下である確率を，累積分布関数 F(t≦x)で表す
  - t が[0, 1]の一様分布なら， F(t≦x)=x
- 累積分布関数を一階微分したのが確率密度関数 f(x)
  - t が[0, 1]の一様分布なら， f(x)=1
- 確率密度関数を，ある範囲で積分すれば，確率変数がその範囲の値を取る確率が得られる
  - t が[0, 1]の一様分布，tが0.1から0.5の間である確率：

$$\int_{0.1}^{0.5} f(x)dx = \int_{0.1}^{0.5} 1dx = \left[x\right]_{0.1}^{0.5} = 0.5 - 0.1 = 0.4$$

- t の最小値を0，最大値をt_{max}として，y=g(x)で与えられるyの期待値：

$$\int_{0}^{t\,\mathrm{max}} g(x)\cdot f(x)dx$$

- t が[0, 1]の一様分布，t^2の期待値

$$\int_{0}^{1} x^2 \cdot 1dx = [x^3/3] = 1/3$$

105

演習：ベイジアンナッシュ均衡 (第一価格秘密入札)

- 2人の入札者，リスク中立，評価値は0から100の間の一様分布
- ベイジアンナッシュ均衡は?
- とりあえず，相手の入札yが [0, y_{max}] の一様分布だと仮定して，最適反応を求める
- yの分布関数はy/ y_{max}, 密度関数は1/ y_{max}
- 相手の入札額をyとして，自分の評価値をx，入札額をx’とする
- 明らかにx’>y_{max}とするのは無意味，x’≦ y_{max}を仮定
- 期待効用をx’, x, y_{max} の式で表して，これを最大化するx’を求める

107

メカニズム：オランダ型

- メカニズム：主催者は非常に高い付け値からスタートして，ある買手がストップというまで付け値を下げていく．ストップといった入札者がその時点での付け値で落札．
- 支配戦略：一般には存在しない．

108

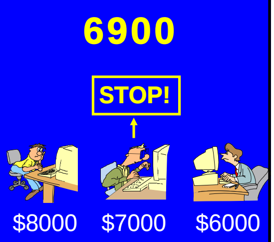
メカニズム：オランダ型

- 戦略的に第一価格秘密入札と同値
  - 二つのメカニズムに関して，必ず同じ結果をもたらす戦略が存在
- ゲームとして見た場合，この二つのメカニズムには本質的な違いがない
- オランダ型ではメカニズムの実行中に得られる情報があるのに，情報なしの第一価格秘密入札と同値なのはなぜか?
- オランダ型では実行可能だが，第一価格秘密入札では実現できない戦略が考えられるか?

109

メカニズム: オランダ型

- メカニズムの実行中に得られる情報は使いようがない
- 具体例：
  - オランダの花の市場
  - オンタリオのたばこオークション
  - バーゲンセール



110

メカニズムの性質 (個人価値の場合)

- オランダ型＝第一価格秘密入札
- 英国型＝Vickrey入札
- いくつかの仮定の元で，売手の収入の期待値は4つとも同じとなる（収入同値定理，Vickrey 1961）．
  - ベイジアンナッシュ均衡が存在すれば，均衡での収入の期待値が等しい．

111

演習：収入同値定理

- プレイヤは二人
- それぞれの評価値は[0, 1]の一様分布
- 第一価格秘密入札では，評価値の半分を入札するのがベイジアンナッシュ均衡
- 第二価格秘密入札では，真の評価値を入札するのが支配戦略均衡
- それぞれの場合の，主催者の収入の期待値は?
- 収入の期待値を計算するのはちょっと面倒，代わりにプレイヤの期待効用を求める
  - 社会的余剰=プレイヤ (入札者) の効用の和＋主催者の効用
- それぞれの場合で，評価値xのプレイヤの期待効用を求めよう

112

演習：収入同値定理

考え方：第一価格秘密入札，第二価格秘密入札のそれぞれにおいて

- 自分の評価値は x
- 相手の入札を y とする
- yの確率密度関数 f(y)を求める
- 相手の入札が y で，自分が勝った場合の効用に f(y) をかけて，自分が勝つ範囲の y に関して積分する

115

収入の期待値を直接求める

- 第一価格秘密入札の場合：
  - 均衡では互いに評価値の半分を入札する
  - 入札値は [0, 1/2] の一様分布
  - 主催者の収入＝落札値は大きい方の入札値
- 第二価格秘密入札の場合：
  - 均衡では互いに真の評価値を入札
  - 入札値は [0, 1] の一様分布
  - 主催者の収入＝落札値は小さい方の入札値

118

社会的余剰の分配

- パレート効率的な割当てを行った場合，社会的余剰 (大きいほうの評価値) の平均は2/3
- 平均で主催者が1/3 (社会的余剰の半分)を得る
- 各プレイヤは1/6ずつ (社会的余剰の1/4) を得る

119

Vickrey入札の問題点

これまでの話では，Vickrey入札は良い点ばかり
- 支配戦略がある（正直が最良の策）
- パレート効率性
- 英国型より早い
- 収入同値定理

なぜ使われないか?
- 分かり難い.
- 自分の評価値が分からない.
- 売手が信用できない.
- 評価値＝原価を知られたくない.

120

サーチエンジンでの広告

121

キーワード広告

- 広告主はキーワードに対して入札額を設定
- キーワードが検索されると，入札額の高い順に広告がユーザに提示される
- ターゲットを絞った広告が可能
- ユーザが広告のリンクをクリックした場合にのみ，広告主はサーチエンジンに広告料を支払う（pay-per-click）
- 広告料をどう設定するか?

122

広告料の設定方法

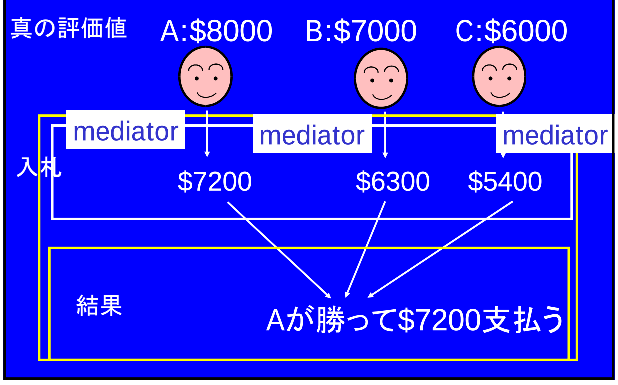
- 初期のシステムでは，広告主は入札に等しい額を支払っていた (first-price)
  - 入札額の設定方法が難しい
  - ダミーの検索を行い，入札額を変化させる等の行為が蔓延
- k番目のスロットを得た広告主は，k+1番目の入札額に等しい額を払う方式 (second-price) に変更
  - 入札額が安定する

世界中で最も頻繁に実行されているオークション方式！

誘因両立性

- 直接顕示メカニズム: タイプ／評価値をダイレクトに聞く
- 誘因両立性: 直接顕示メカニズムで，真のタイプ／評価値を申告することが支配戦略となる場合，この直接顕示メカニズムは誘因両立的であるという
- 顕示原理: ある性質 (例えばパレート効率性) が，ある (直接顕示メカニズムでない) メカニズムの支配戦略均衡で実現される場合，この性質は誘因両立的な直接顕示メカニズムでも実現できる
- 誘因両立的な直接顕示メカニズムだけを考慮の対象としても一般性は失われない

顕示原理



顕示原理の成立する例

- 英国型では支配戦略均衡が存在して，結果はパレート効率的
- 同じ結果をもたらす直接顕示メカニズムは?
  - proxy bidding: 入札額の最大値を入力，後はソフトウェアが自動的に入札
  - proxyに対して嘘をつく誘因はない
  - proxyもメカニズムの一部と思えば，この直接顕示メカニズムは誘因両立的で，結果はパレート効率的

直接顕示メカニズムの問題点

- 顕示原理があるのに，なぜ直接顕示メカニズムでない方が一般的?
- Vickrey入札の問題点と共通
  - 自分の評価値が分からない
    - 英国型なら段階的に考えれば良い
    - 勝者なら完全には分からなくても良い
  - 評価値＝原価を知られたくない

アウトライン（オークション）

- 基礎的な用語
- 単一財のオークションメカニズム（英国型，第一価格秘密入札，オランダ型，第二価格秘密入札）
- 複数財のオークション

組合せ入札

- 複数種類の商品 (財) が同時に販売される
- 各商品は複数個存在する場合もある
- 財の価値の間に依存関係が存在
  - 補完的: パソコンとメモリ
  - 代替的: VAIOとThinkPad

組合せ入札の利点

- 財の価値に依存関係がある場合：
  - 個々の財の価値は単独では決められない
    - パソコンがなければメモリは無価値
    - VAIOが買えればThinkPadは要らない
  - 財がバラバラに売られていると，入札額を決めるのが困難
- 財の任意の組合せに対する入札を許すことにより，安心して入札ができる
  - 両方欲しい，どちらか片方だけ欲しいという入札が可能

組合せ入札の適用事例

- FCCの周波数帯域のオークション
- 空港での離発着権の割当て
- トラック配送の請負
- 調達
- …

一般化Vickrey入札 (GVA)

- 各参加者は財のセットに関して評価値を申告.
- 申告された評価値に基づいて，社会的余剰が最大化されるように財が割り当てられる.
- 参加者は迷惑料 (その参加者が入札に参加することによって生じる，他の参加者の社会的余剰の減少分) を支払う.
- 誘因両立的で結果はパレート効率的

GVAの例

三人の入札者，二種類の財のオークション

	coffee	cake	both
Bidder1	$6	$0	$6
Bidder2	$0	$0	$8
Bidder3	$0	$5	$5

結果:

- 入札者1 がコーヒーを, 3 がケーキを落札.
- 入札者1の支払額は $8－$5＝$3
- 入札者3の支払額は $8－$6＝$2

GVAの誘因両立性

- 財の割当ては社会的余剰が最大化されるように行われる.
- 全体の幸せと個人の幸せが一致すれば良い (incentive compatibility).

演習：クラーク税

- GVAはクラークメカニズム，もしくはVickrey-Clarke-Grovesメカニズム，Clarke税と呼ばれる方法の一つのインスタンス
- より一般的な，グループ意思決定の場面で用いることができる
  - 例: このチュートリアルの補習 (全員参加!) を，土曜の午後に実施するかどうか決める
    - 補習をしない場合を0として，人によって効用は様々 ($20, -$10, ...)
    - 効用の和が正なら補習を実施し，負ならしない
    - 正直に効用を申告させるにはどうしたら良いか?

135

解答

- 各参加者は，自分の申告により結果が変わる場合，結果を変えるのに必要な最少額を税金として支払う
  - 参加者1: \$20, 参加者2: -\$10, 参加者3: -\$20, 参加者4: \$30
  - 補習は実施，支払額は以下:
    - 参加者1: \$0, 参加者2: \$0, 参加者3: \$0, 参加者4: \$10

136

クラーク税の注意点

- 集めた税は，参加者以外の誰かに渡る必要がある --- 参加者内で単純に再分配してはいけない
- 例：集めた税で打ち上げの飲み会をする
  - 他人に多く税金を払わせれば，結果／自分の税額が変わらなくても利益になる
- オークションの場合は主催者が引き取るので問題ない

137

クラーク税の再配分

- 主催者がいない場合にどうすればよい？

例：　グループが車をシェアしている

- 週末に誰が車を使うか決めたい
- 各自が車を使うことの価値を申告し，Vickrey/second-price入札で勝者を決めれば，正直に効用を申告することが支配戦略
- 支配戦略均衡で最適な割当が実現される
- メンバ1: \$100, メンバ2: \$80, メンバ3: \$60, メンバ4: \$40だと，メンバ1が\$80支払って車を使う
- しかし，\$80を燃やすのはもったいない！

138

再配分方法

要求条件：　正直に申告することが支配戦略，なるべくお金を残さない，お金が足りなくなってはいけない

案1: 頭割り (\$80/4=\$20を配る)

- メンバ2に過大申告の誘因がある

案2: メンバ2を除いて頭割り

- メンバ2は過少申告して三番目になった方がよい

案3: メンバ2に，三番目の入札額/4，残りのメンバに二番目の入札額/4を配る --- 足りなくならない

- ほとんど大丈夫だが，メンバ2が多少の赤字を出して勝ち，より大きな再配分を得たほうが良い場合がある

メンバ1: \$100, メンバ2: \$80, メンバ3: \$60, メンバ4: \$40　--- メンバ1が\$80支払って車を使う

140

お金を残さないためには?

最適な割当を諦めれば可能

- くじ引きでランダムに一人を選ぶ
- 選ばれた人は車を使う権利は剥奪される
- 残りのメンバでVickrey/second-price
- 最大の評価値を申告したメンバが，二番目の評価値を支払って車を使う
- 支払額は，最初にくじ引きで選ばれた人が得る
- お金が残ることはないが，最大の評価値を持つ人がくじ引きで選ばれると最適な割当はできない

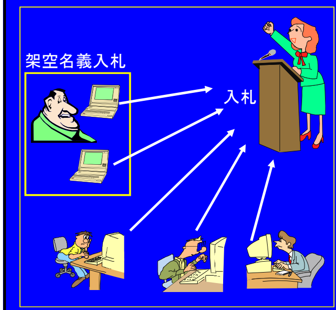
141

インターネットオークション

- 現在，多数のオークションサイトが存在．
- 利点
  - 誰でも世界中のオークションに参加できる．
  - エージェントが代行してくれる．

- 問題点
  - ネットワークの匿名性を利用した新しいタイプの不正行為の可能性 (架空名義入札)

架空名義入札



- 一人の人が，複数の人になりすまして，複数の名義で入札をすること
- ネットワーク環境では検出することは事実上不可能

架空名義入札の効果がある (誘因両立性が成立しない) 例

入札者は二人

	coffee	cake	both
Bidder1	$6	$5	$11
Bidder2	$0	$0	$8

	coffee	cake	both
Bidder1	$6	$0	$6
Bidder2	$0	$0	$8
Bidder3	$0	$5	$5

正直に申告した場合：
- 入札者1が両方の財を得る.
- 支払額: $8 − $0 ＝ $8

入札者1が入札者3 という名義を使って入札を分割した場合：
- 入札者1 が両方の財を得る.
- 支払額: $3 + $2 = $5

主な研究成果

- GVAが架空名義入札に対して頑健でないことを発見
- 架空名義入札が可能な場合，誘因両立性，パレート効率性を同時に満たすメカニズムは存在しないことを証明
- 架空名義入札が可能な場合でも顕示原理が成立することを証明 (よってパレート効率性を満たすメカニズムは存在しない)
- 誘因両立性を満たし，準最適なオークションメカニズムを考案