チュートリアル：計算機科学者のためのゲーム理論入門

九州大学大学院システム情報科学研究院
情報学部門　主幹教授
横尾 真
E-mail: yokoo@inf.kyushu-u.ac.jp
http://agent.inf.kyushu-u.ac.jp/~yokoo/

自己紹介

- 1986年東京大学大学院工学系研究科電気工学専門課程 修士課程修了
- 同年 日本電信電話株式会社 (NTT) 入社
- NTT情報通信処理研究所 (神奈川県横須賀市), NTTコミュニケーション科学基礎研究所 (京都府相楽郡) 等に勤務
- 人工知能, マルチエージェントシステムに関する研究に従事
- 1995年 博士 (工学), 東京大学工学系研究科電子情報工学専攻
- 2004年4月より九州大学システム情報科学研究院教授, 2012年より主幹教授

スケジュール

- 14:00 – 15:10: ゲーム理論の基礎
- 15:10 – 15:25: 休憩
- 15:25 – 16:35: オークション
- 16:35 – 16:50: 休憩
- 16:50 – 18:00: マッチング

参考文献

- チュートリアルシリーズ：計算機科学者のためのゲーム理論入門, 横尾, 櫻井他, コンピュータソフトウェア, 29 (2) から30 (1) まで連載, 2012 – 2013
- オークション理論の基礎, 横尾 真, 東京電機大学出版会, 2006
- ゲーム理論入門, 渡辺隆裕, 日本経済新聞社, 2008
- マーケットデザイン入門ーオークションとマッチングの経済学, 坂井豊貴, ミネルヴァ書房, 2010

アウトライン (ゲーム理論の基礎)

- イントロダクション（入札の例, ゲーム理論は何の役に立つか）
- 基礎的な用語
- 均衡概念（支配戦略均衡, 反復支配戦略均衡, ナッシュ均衡, ベイジアンナッシュ均衡）

入札の例

問題設定：
- 友人の代理で入札に参加する
- 商品は10個
- 各商品に関して, 友人は入札額の最大値を指定している
- 最大値以下で買えれば, 差額は自分の儲け
- 買えなければ0

入札の例 (続き)

- 各商品に関して，競っている相手は一人だけ
- それぞれ，相手の入札額を知らされずに，自分の入札額を決定する
- 高いほうが勝って，自分の入札額を支払う
- 相手もやはり代理
- 入札額は分からないが，入札額の最大値は0から200の一様分布 (等確率) であることは分かっている

入札の戦略

- 商品1に関して，友人がつけた最大値は100
- 明らかに100より大きい額を入札しても意味がない (赤字が出たら自己負担)
- 90を入札して，勝てれば利益は10
- 1を入札して (万一) 勝てれば利益は99
- いくらを入札すべきか?

コンピュータプレイヤとの比較

- 10個の商品
- (自分の) 最大値が提示される (最大値は0から200の間の一様分布／等確率)
- 同じ状況 (どちらも同じ相手と対戦) で，人間とコンピュータプレイヤの儲けを比較
- コンピュータプレイヤは (ある意味での) 最適戦略をプレイする

入札 (ルール変更)

- 以下のようにルールを変更したらどうなる?
- それぞれ，相手の入札額を知らされずに，自分の入札額を決定する
- 高いほうが勝つが，そのとき支払う金額は，自分の入札額ではなく，低い／負けたほうの入札額
- 負けたほうは支払いはなし

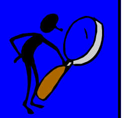
第二価格秘密入札

- 前のスライドの方法は第二価格秘密入札，もしくはVickrey入札と呼ばれる
- 明らかに，最大値より大きい額を入札するのは無意味
- どこまで下げるのが良いか?

ゲーム理論ができること

- 主催者にとって，
  - －オークション方式によって参加者の行動が変化
  - －社会的な最適性，不正行為に対する頑健性等を保証する方式を与える．
- 参加者にとって，
  - －オークション方式によって最適な入札方法が変化
  - －最適な入札を決定する方法を与える．

誰もが安心して参加／利用できる
電子商取引の実現に不可欠



18

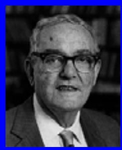
情報科学と経済学／ゲーム理論

接点／境界領域の拡大:

- インターネット上での電子商取引等の，ネットワーク上での人間の社会的活動の増大
- 情報の量・価値の増大
- エージェントによる支援の必要性

説明のための学問から構築のための学問へ

John von Neumann

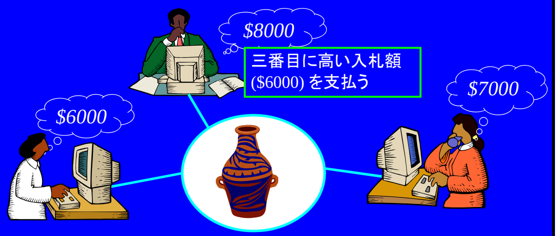


Herbert A. Simon

19

クイズ: 大は小を兼ねる！？

第二価格秘密入札で，勝者の支払い額を2番目に高い入札額ではなく3番目に高い入札額にしたら，正直は最良の策となるか？



20

ゲーム理論は何の役に立つか (I)

- 様々な場面での意思決定に使える
  - 複数の選択肢から一つを選ぶ
  - 自分の選択だけではなく，他者 (偶然も含む) の選択が結果に影響する
- 自分の意思で行動する複数のプレイヤが存在する状況で，どのような結果が生じるかを予測することができる
- より良い社会的ルールの設計に使える ⇨ マーケットデザイン

21

ゲーム理論は何の役に立つか (II)

- ゲーム理論は応用数学の一分野，一種の言語のようなもの
- (ミクロ)経済学者と計算機科学者の相互理解のために極めて重要
- この言語を話すなら，以下の文の意味することは明瞭．一方，この言語を理解しない人に対して，この意味を説明することは困難 or 不可能
  - "Our newly developed mechanism is dominant-strategy incentive compatible and Pareto efficient."
- 注意点：数学なので，前提が成立すれば帰結は疑いの余地はない ⇨ 前提が厳密に成立することは稀

22

ゲーム理論は何の役に立つか (III)

- 人工知能やマルチエージェントシステムの研究コミュニティは，いくつかのグループに分かれている (会員制クラブのようなもの)
- 各クラブの会員は，それぞれの独自の言語を話している
- クラブに加入しないと，トップクラスの国際会議／ジャーナルに論文を出すのは難しい
- クラブに加入するためには，その言語を自由に操り，クラブの伝統を理解し尊重する必要がある

23

アウトライン (ゲーム理論の基礎)

- イントロダクション（入札の例，ゲーム理論は何の役に立つか）
- 基礎的な用語
- 均衡概念（支配戦略均衡，反復支配戦略均衡，ナッシュ均衡，ベイジアンナッシュ均衡）

24

基本的な用語

プレイヤ：意思決定を行う個々の主体，複数存在，当面は二人のみとする

行動：プレイヤの選択，当面はプレイヤは一回だけ，同時に行動を選択するとする

利得：当面，プレイヤの行動の組合せに対して定義される数値とする．結果に対する各プレイヤの効用（うれしさ）を示す．大きいほうがより うれしい

25

2人ゲーム

- 前述のゲームは以下のような行列で記述できる (利得行列, payoff matrix)
- プレイヤは横の列 (row) もしくは縦の列 (column) に対応
- 各row/columnが行動
- 各セルが行動の組合せ
- 左下がrow側の利得，右上がcolumn側の利得

		プレイヤII F	プレイヤII S
プレイヤI	F	4, 4	8, 2
	S	2, 8	1, 1

26

例：新聞社の競争

- 2つのライバル新聞社が存在
- 選択として，経済 (Finance) ニュースをトップにするか，スポーツ (Sports) ニュースをトップにするかのどちらか
- 80%の人は経済ニュースがトップなら買い，20%の人はスポーツニュースがトップなら買う

		II F	II S
I	F	4, 4	8, 2
	S	2, 8	1, 1

27

合理的なプレイヤ

- プレイヤは合理的 (rational) である
  - 自分の利得を最大化しようと最大限の努力をする
  - 人の利得には無関心
  - 相手をあまりいじめては気の毒とか，不公平なのがいやだとかは思わない
  - 利己的というより，そのような感情があるなら，それはすべて利得に表現されていると仮定

		II F	II S
I	F	4, 4	8, 2
	S	2, 8	1, 1

28

仮定

- プレイヤは，自分の選べる行動の集合，相手の選べる行動の集合，それらの組合せにおける自分／相手の利得 (要は利得行列)を曖昧性なく知っている
- もちろん，相手がどの行動を選ぶかは知らない

		II F	II S
I	F	4, 4	8, 2
	S	2, 8	1, 1

29

仮定 (続き)

- プレイヤは，お互いに相談することなく，同時に行動を選択する
  - 俺はこれを選ぶから，君はこうしてくれとか，これを選んでくれたら1万円あげるとかの相談はできない
  - 後出しもなし

		II F	II S
I	F	4, 4	8, 2
	S	2, 8	1, 1

30

例：新聞社の競争

- 自分がプレイヤIだったらどうするか?
- もちろん，ベストな結果は自分がF，相手がSを選ぶことだが，相手の行動はコントロールできない
- 相手もバカではなく（逆に非常に賢くて），自分の利益を最大化しようとしている

I \ II	F	S
F	4 / 4	2 / 8
S	8 / 2	1 / 1

31

アウトライン（ゲーム理論の基礎）

- イントロダクション（入札の例，ゲーム理論は何の役に立つか）
- 基礎的な用語
- 均衡概念（支配戦略均衡，反復支配戦略均衡，ナッシュ均衡，ベイジアンナッシュ均衡）

支配戦略

戦略：行動の選び方

支配戦略：相手がどの行動を選ぼうが，他の戦略よりも得られる効用が高い（か少なくとも同じ）戦略
- 明らかに合理的なプレイヤなら，支配戦略があればそれを選ぶ
- 相手も合理的かどうかは気にしなくても良い（どんな変わった相手でも，また，相手の利得が不明でも問題ない）

I \ II	F	S
F	4 / 4	2 / 8
S	8 / 2	1 / 1

支配戦略均衡

各プレイヤが支配戦略を持つとき，その組合せを支配戦略均衡と呼ぶ

- 合理的プレイヤ同士が対戦した場合，もしゲームに支配戦略均衡があるなら，結果は支配戦略均衡になると予想できる

I \ II	F	S
F	4 / 4	2 / 8
S	8 / 2	1 / 1

34

支配戦略

存在するとは限らない
- じゃんけん：明らかに支配戦略はない
- グーとパーしかできないじゃんけんを考えれば，パーが支配戦略

- 人間がプレイして面白いゲームには，普通は支配戦略はない（もしくは知られていない）
  - オークション等のメカニズムデザイン（制度設計）では，支配戦略が存在するようにルールを設計することが課題

35

ビスマルク海の戦い

- 1943年の南太平洋
- イマムラ海軍将はビスマルク海を経由してニューギニアに日本軍を輸送しようとしている
- 距離の短い北ルートか，長い南ルートを選ぶ
- ケニー海軍将は，ルートを予測し軍用機を送って爆撃したい
- 予測を間違えると爆撃可能な日数が短くなる

K \ I	N	S
N	-2 / 2	-2 / 2
S	-1 / 1	-3 / 3

36

ビスマルク海の戦い

- ゼロサムゲームの一種
  - 相手の得は自分の損
- ケニーにとっては支配戦略はない
- イマムラが北なら北を，南なら南を選ぶ方が良い
- ケニーはどうするべきか?

K \ I	N	S
N	2, -2	2, -2
S	1, -1	3, -3

37

反復支配戦略均衡

- 一方，イマムラにとっては，北を選ぶのが（弱）支配戦略
- イマムラが合理的なら，きっと北を選ぶ
- それなら，ケニーは北を選ぶべきである
- 支配される戦略を交互に取り除くことにより，反復支配戦略均衡が得られる
- 注意：相手が合理的でないと困る

K \ I	N	S
N	2, -2	2, -2
S	1, -1	3, -3

38

箱の中の豚

- （動物の）心理実験で用いられた例
- 大きい豚と小さい豚が箱に入っている
- 豚が少し離れたところにあるボタンを鼻で押すと，餌箱から餌が出てくる
- 小さい豚がボタンを押すと，大きい豚が餌をほとんど食べてしまう
- 大きい豚がボタンを押すと，小さい豚も半分近く食べられる
- 豚たちはどういう行動を学習するか?

39

箱の中の豚

- 利得行列は右のとおり
- 大きいほうが強いとも限らない
- 失うものがない奴は強い!

大きい豚 \ 小さい豚	押す	待つ
押す	5, 1	4, 4
待つ	9, -1	0, 0

40

反復支配戦略均衡の問題点

- 同点を含む場合
  - (R1, C1)?
  - (R1, C3)?
- 削除の順番によって結果が異なる
- R2を先に除くとC3が，R3を先に除くとC1が残る

	C1	C2	C3
R1	2, 12	1, 10	1, 12
R2	0, 12	0, 10	0, 11
R3	0, 12	0, 10	0, 13

41

Min-max戦略

- 支配戦略均衡，反復支配戦略均衡のどちらも存在しない場合にどうするか?
- 一つの考え方：最悪の結果を避ける
  - Min-max戦略：各行動に関して，相手の行動によって生じ得る最悪の場合を想定し，その最悪の場合がもっとも良い行動を選ぶ

42

Min-Max戦略

- 利得表は右の通り
- ゼロサムなのでプレイヤIの利得のみを記述
- プレイヤIはどれを選ぶ?

	II			
I	7	2	5	1
	2	2	3	4
	5	3	4	4
	5	2	1	6

43

鞍点 (saddle point)

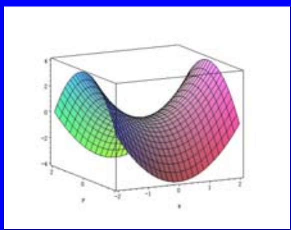
- プレイヤIIも同じように考えていたらどうなるか?
- IIは最大値を最小化する戦略を選択
- 右の交点は，横から見ると極小，縦から見ると極大の点となっている

	II			
I	7	2	5	1
	2	2	3	4
	5	3	4	4
	5	2	1	6

44

鞍点 (saddle point)

- ゼロサムゲームで鞍点があれば，合理的なプレイヤが対戦すれば結果は鞍点になると予想できる
- 一般には存在するとは限らない



45

鞍点が存在しない場合

- 直球が得意なバッター
- 直球に山を張って当たると8割打てる．外れると全然打てない
- 変化球に山を張って当たると3割打てる．外れても（直球なら）1割は打てる

		ピッチャー 直	変
バッター	直	8	0
	変	1	3

出典：ゲーム理論トレーニング，逢沢 明，かんき出版

46

Min-Maxを使うと?

- 弱気なバッター：
全然打てないと困る，変化球に山を張ろう．外れても1割は打てる!
- 弱気なピッチャー：
8割も打たれちゃかなわん．変化球にしとこう!
- 3割打てる!

		ピッチャー 直	変
バッター	直	8	0
	変	1	3

47

本当にこの結果が良いか?

- ピッチャーから見るとこの結果はばかげている
  - なんで山を張っているのが分かっているのに正直に変化球を投げる?
  - 直球を投げればー割に抑えられる
- 一方，直球を投げられることが分かったら，バッターの方も黙って一割に抑えられることはない
  - 本来直球は得意!

	直	変
直	8	0
変	1	3

48

混合戦略

- ピッチャーは適当に直球と変化球を混ぜる
- バッターもどちらに山を張るかを場合によって変化させる
- このような戦略を混合戦略と呼ぶ
  - 一つの行動を選び続けるのを純粋戦略と呼ぶ

	直	変
直	8	0
変	1	3

49

混合戦略での鞍点

- ピッチャーが直球を投げるのが多いと思えば，バッターは直球に より多く山を張れば打率が上がる
- 一方，バッターが直球に山を張ることが多いと思えば，ピッチャーは変化球を増やす
- いったいどこに落ち着くか?

	直	変
直	8	0
変	1	3

50

混合戦略での鞍点 (続き)

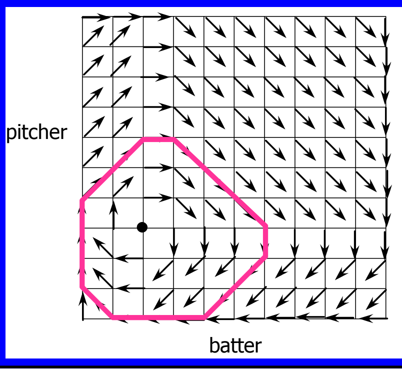
- バッターが直球を待つ確率をx, ピッチャーが直球を投げる確率をyとする.
- 打率：xy*8 + x(1-y)*0
  + (1-x)y*1 + (1-x)(1-y)*3
  = 10xy - 3x -2y +3
- xに関して偏微分すると10y – 3
  - y=0.3, つまりピッチャーが3割直球を投げると，バッターがどんな割合で待っても打率は一定で 2割4分
- yに関して偏微分すると10x – 2
  - x=0.2, つまりバッターが2割直球を待つと，ピッチャーがどんな割合で投げても打率は一定で 2割4分
- これも一種の鞍点となっている

	直	変
直	8	0
変	1	3

51

本当に安定するか?

- 相手の混合戦略に対して適応していった場合



52

演習: 混合戦略

- サッカーのペナルティキック
- キーパーが左に山を張って当たるとペナルティキックを8割止められる．外れても6割止められる
- 右に山を張って当たると7割止められる．外れても4割止められる
- 混合戦略における鞍点は?

キッカー

キーパー	左	右
左	8	6
右	4	7

53

（単純化）ポーカー

- 以下のゲームを考える
- 後手はKingを持っている
- 先手にはAce, Queenの二枚から一枚がランダムに割り当てられる
- 先手は，1万円賭けるか，2万円賭けるかを選ぶ
- 先手が1万円賭けた場合は，直ちに勝負．カードが強い方が勝ち
- 先手が2万円賭けた場合，後手は1万円払って降りるか，2万円で勝負するかを選べる
- 互いに，どのようにプレイするのが最適?
- カードの強さだけなら，平均的には公平なはず
- 期待利得は0?

54

単純化ポーカーの戦略

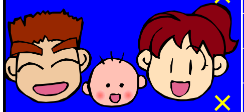
- 先手はAceを引けば確実に勝てる
- Aなのに2万円賭けないのは明らかに損.
- 先手はQの時に, いくら賭けるべき? 予想：負けるのは分かっているから, 1万にすべき?
- 後手は, 先手が2万賭けた時に, 勝負するか降りるかが問題
  - 予想：多分, 先手はAを持っているから降りた方が無難?
- ナッシュ均衡を求めてみよう！

	降	勝負
常に2	1	0
A: 2 Q: 1	0	1/2

56

パレート効率性

- パレート支配：状態xとx'を比較して, すべてのプレイヤがxの方がx'より望ましい（あるいは同じ）と思っており, 少なくとも一人がxの方が厳密に良いと思っている場合, xはx'をパレート支配する
  - x'の代わりにxを選ぶことに反対するプレイヤはいない
- パレート効率的：他のどんな状態にもパレート支配されない状態はパレート効率的
  - いずれかの参加者の効用を犠牲にすることなしには, 他の参加者の効用を向上することができない状態



×	映画	2	2	2
	デパート	2	2	5
	公園	2	3	1
×	家にいる	1	1	1

57

パレート効率性（続き）

- 1000円を二人で分ける
- 捨てても構わない
- (0, 1000), (x, 1000-x), (1000, 0)のいずれもパレート効率的
- 500円捨てて (250, 250)よりも, (250+x, 750-x)の方が良いことは二人とも合意可能

58

パレート効率性（続き）

- そもそも異なるプレイヤの効用が比較できるか, 同じ尺度で計れるかに関しては議論がある
- パレート効率性の定義は, プレイヤ間の効用が比較できない場合でも適用可能
- 社会的な望ましい状態に関する, 最低限の要求条件
  - x'がパレート効率的でなければ, 別の状態xがあり, 全員がxの方が良い（少なくとも同じ）と思っている

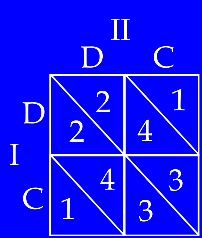
59

合理的なプレイヤ

- 合理的なプレイヤは, 全知全能を尽くして, 自分の効用を最大化しようとする
- ゼロサムゲームなら, どの結果であってもパレート効率的
- ゼロサムでないなら, 二人の幸せは それなりに両立可能
- 無知な／能力のないプレイヤが集まっているなら, 二人とも不幸になるかもしれない
- 一方, 合理的なプレイヤ同士の対戦なら, どちらがより多く得るかは分からないが, 結果は少なくともパレート効率的になるのではないか?
- 賢いプレイヤが, みすみす効用を捨てるとは考え難い

囚人のジレンマ

- 警察が二人の囚人を捕らえている.
  - 2人とも自白しなければ釈放される.
  - 一人が自白し, 一人が自白しなければ, 自白したほうは報奨金を与えられ釈放され, もう一人は厳しい刑を受ける.
  - 両方とも自白した場合は通常の刑を受ける.



61

囚人のジレンマ (続き)

- 協力･協力: (3, 3) は，
  裏切り･裏切り: (2, 2) をパレート支配する
- 支配戦略均衡がパレート効率的にならないのが非常に気持ち悪い
- 合理的で賢いプレイヤなのに，パレート効率的な状態にたどり着けない!

62

ゲームが繰り返される場合

- 例えば，3回同じ相手とゲームをプレイする場合，反復支配戦略均衡を考える
- 最後の回から考える
- 相手が合理的なら，最後の1回は絶対裏切る
- よって，2回目で協力して恩を売っても無駄
- よって2回目も二人とも裏切る
- そうすると初回も裏切るしかない!
- 合理的なプレイヤ同士なら，3回とも裏切るのが反復支配戦略均衡

63

ゲームが繰り返される場合 (続き)

- 繰り返しが4回だとすると，
  - 最後から3回目 (最初から2回目) までは前と同じ議論が成り立つ
  - よって初回も裏切るしかない
- 繰り返しが100回でも1000回でも同じ結論が導ける
- 有限の繰り返しなら裏切りしか出てこない!
- 注意：合理的でない相手に対しては，裏切らない方が良い場合もある

64

囚人のジレンマトーナメント

- ミシガン大学のロバート アクセルロッド (政治学者) が主催したトーナメント
- コンピュータのプログラム同士が繰り返し囚人のジレンマをプレイする
- 合計の得点が多いプログラムが勝ち

65

囚人のジレンマトーナメント (続き)

- 常に裏切りが勝つとは限らない
- 相手が合理的であるとは限らない
- 自分のプレイは他者に観察されている
- 裏切るやつだと思われると，裏切られる
- 協力しかしないお人よしだと思われると，やはり裏切られる
- どうプレイするのが良いか?

66

囚人のジレンマトーナメント (続き)

- 勝利を収めたのは，もっとも単純なプログラム
- しっぺ返しと呼ばれる
- 最初は協力する
- 以降は相手の前回の行動をまねするだけ
- 前回 裏切った相手には裏切りで，協力した相手には協力で返答する
- 特徴:
  - 裏切り続ける相手には，ずっと裏切り返す
  - 協力する相手にはずっと協力する
  - 執念深くない

67

囚人のジレンマトーナメント (続き)

- 第二回も開催された
- しっぺ返しを打ち破るための様々なプログラムが参加
- しかし，結果はしっぺ返しが続けて勝利
  - 確かに，新しいプログラムはしっぺ返しとの対戦では相対的に勝った (得点が多い)
  - 一方，新しいプログラム同士の対戦で，双方が悲惨な結果に終わる
  - 結果，合計得点ではしっぺ返しの勝利 (誰にも勝たないが，悲惨な結果とはならない)
  - 目的は今現在の対戦相手より大きな得点を得ることではなく，最終的な合計金額を大きくすること
  - 相手から協力を引き出せる戦略が有効

68

繰り返し囚人のジレンマゲーム

- 囚人のジレンマゲームを，同じ相手に対して繰り返しプレイすることを考える
- 繰り返しの回数は無限，もしくは分かっていない (各ゲームの最後にサイコロを振って，そこで終了するか続けるかを決める) とする
- 割引された期待利得 (明日の効用は，今日の効用の1割引等) を最大化することを目的とする
- この場合，協力し合う均衡が存在⇨合理的なプレイヤが協力関係を維持可能

69

アウトライン (ゲーム理論の基礎)

- イントロダクション（入札の例，ゲーム理論は何の役に立つか）
- 基礎的な用語
- 均衡概念（支配戦略均衡，反復支配戦略均衡，ナッシュ均衡，ベイジアンナッシュ均衡）

70

ゲームの均衡

- 支配戦略均衡，反復支配戦略均衡が存在しない場合にどうする?
- 支配戦略均衡の条件を弱めた均衡の定義を考える
  - ナッシュ均衡

71

ナッシュ均衡

- 戦略の組 (s, t) は，互いに相手の行動に対する最適な反応となっているときにナッシュ均衡
- 支配戦略均衡なら必ずナッシュ均衡，逆は言えない
- ゼロサムゲームの鞍点はナッシュ均衡
- ナッシュ均衡が唯一なら，多分合理的プレイヤ同士の対戦はナッシュ均衡に落ち着く
  - 他の状態は不安定

I \ II				
	7	2	5	1
	2	2	3	4
	5	3	4	4
	5	2	1	6

ナッシュ均衡

- チキン（弱虫）ゲームでは二つのナッシュ均衡がある
  - (D, C)
  - (C, D)
- どちらに落ち着くかは分からない

I \ II	D	C
D	1, 1	4, 2
C	2, 4	3, 3

73

複数のナッシュ均衡

- 強制力を持たない第三者（マスコミ，知人等）が（特に根拠はなく）予想を発表したとする
  - “きっと (C, D) となる”
- 各プレイヤが，自分はとにかく，相手の行動に関して予想を信じたとする
  - プレイヤIが，プレイヤIIがDを選ぶと思う
- そうすると，プレイヤIIはCを選ばざるを得ない
- プレイヤIIも同様に考えるとすると，予想は的中する
  - みんなが値上がりする／暴落すると信じている株が，根拠はなくても値上がりする／暴落するようなもの

I \ II	D	C
D	1 / 1	2 / 4
C	4 / 2	3 / 3

混合戦略におけるナッシュ均衡

- 定理：任意のゲームは混合戦略に関して少なくとも一つのナッシュ均衡を持つ (Nash 1951)
- じゃんけんでは確率1/3で手を選ぶのがナッシュ均衡
- ナッシュ均衡が複数存在する場合もある

75

クイズ：ナッシュ均衡は?

- 階段で二人がじゃんけん
- グーで勝てば3歩，チョキで勝てば6歩，パーで勝てば6歩進める
- 先に上りきった方が勝ち

	0 / 0	-1 / 1	2 / -2
	1 / -1	0 / 0	-2 / 2
	-2 / 2	2 / -2	0 / 0

76

クイズ：ヒント

- 対称なゼロサムゲームなので，均衡での期待利得は0になるはず
- 相手がグーを出す確率をx，チョキを出す確率をy，パーを出す確率を1-x-yとする
- 自分の期待利得は，何を出しても同じになり，かつ期待利得は0

	0 / 0	-1 / 1	2 / -2
	1 / -1	0 / 0	-2 / 2
	-2 / 2	2 / -2	0 / 0

77

クイズ：蚤殿じゃんけん

- 通常のじゃんけんに，新しい2つの手（蚤と殿）を加える
- 蚤はグー，チョキ，パーのいずれにも負けるが，殿には勝つ
- 殿はグー，チョキ，パーのいずれにも勝つが，蚤に負ける
- ナッシュ均衡（混合戦略）は?

78

不完備情報ゲーム

- 様々な情報の不確実性が存在
  - 他者の効用（タイプ）が分からない
  - 結果が確率的（自然の選択）
  - 交互にプレイするゲームで，相手の手が観察できない
  - …

弱虫 (chicken) game

- 二人が車を崖に向けて走らせる
- 先にブレーキを踏んだほうが負け
- D: 絶対自分が先にブレーキを踏まない
- C: 適当なところでブレーキを踏む

I \ II	D	C
D	1, 1	4, 2
C	2, 4	3, 3

弱虫ゲームの変形

- 違うタイプのプレイヤが存在
  - Bull: 負けるのは死ぬのと同じくらい嫌
  - Chicken: ブレーキを踏まないのは死ぬほど怖い

Bull

	D	C
D	2, 1	4, 2
C	2, 4	3, 3

Chicken

	D	C
D	1, 1	3, 2
C	2, 4	3, 3

ベイジアンナッシュ均衡

- 相手のタイプが通常/bull/chickenの確率は1/3とする
- この確率分布は共通の知識
- 以下のタイプと戦略の組合せは，各タイプがこの通りの戦略を取ると仮定すると最適反応になっている：
  - 通常のプレイヤは D/C を 0.5で選ぶ
  - bullはDを選ぶ
  - chickenはCを選ぶ
- このようなタイプと戦略の組合せをベイジアンナッシュ均衡と呼ぶ
- 注意：タイプの確率分布が共通知識である必要がある